دولـة فلســطين
وزارة التربية والتعليم العالي

بطاقات التعلم الذاتي في مبحث الرياضيات
الصف العاشر الأساسي
الفصل الدراسي الثاني

إعداد

لجنة مبحث الرياضيات

قسم الإشراف التربوي - مديرية التربية والتعليم الوسطى

إشراف عام

الإدارة العامة للإشراف والتأهيل التربوي

غزة ٢٠٢١م

فريق الإعداد

د. حسني محمد العتال	مشرف تربوي – الوسطى
أ. وفاء إبراهيم موسى	مشرف تربوي – الوسطى
أ. نهاد صالح عليوة	معلم – الوسطى
أ. خالد موسى النجار	معلم – الوسطى
أ. سمير موسى النجار	معلم – الوسطى
أ. محمد عبدالله مزيد	معلم – الوسطى
أ. سمية حسن سليمان	معلم – الوسطى
أ. أسماء اسعيفان	معلم – الوسطى
أ. هدى البرعي	معلم – الوسطى

إشراف ومتابعة مديرية التربية والتعليم

أ. كمال عبدالفتاح أبوشملة
رئيس قسم الإشراف

أ. محمد محمد حمدان
مدير الدائرة الفنية

إشراف ومتابعة

أ. حاتم عبد الله شحادة
مدير دائرة التدريب التربوي

د. إبراهيم رمضان رمضان
مدير دائرة الإشراف التربوي

د. ريما إبراهيم الخطيب
رئيس قسم تدريب المعلمين

إشراف عام

د. محمود أمين مطر
مدير عام الإشراف والتأهيل التربوي

يمثل إغلاق المدارس في جميع أنحاء العالم نتيجة لجائحة COVID-١٩ خطراً غير مسبوق على تعليم الأطفال وحمايتهم وعافيتهم، ولا يقتصر الأثر السلبي لإغلاق المدارس على تدني مستويات تحصيل الطلبة، بل يتعدى ذلك إلى الأضرار النفسية والسلوكية والصحية والاجتماعية نتيجة غياب دور المدرسة كمؤسسة تربوية.
وقد تسبب إغلاق المدارس بتكلفة اجتماعية واقتصادية باهظة؛ وبالعديد من الآثار التربوية السلبية، حيث أشارت اليونسكو في تقريرها الصادر في ابريل ٢٠١٩ أن إغلاق المدارس والمؤسسات التعليمية تسبب بحرمان الأطفال والشباب من فرص النمو والتطور، حيث يحظى الأطفال بفرص تعليمية أقل خارج المدرسة؛ ولا سيما بالنسبة إلى الأهل محدودي التعليم والموارد.

إن اعتماد برامج التعليم عن بُعد بكافة أشكالها يُسهم في تخفيف الأضرار التربوية الناجمة عن إغلاق المؤسسات التعليمية؛ غير أن أشكال التعليم عن بُعد التي يتم استخدامها يجب أن تنسجم مع خصائص المرحلة العمرية للمتعلمين وإمكاناتهم، كما ينبغي أن تُساعد المتعلمين بشكل أفضل على اكتساب المفاهيم وإتقان المهارات العلمية والحياتية المختلفة.

ومن هذا المنطلق نبعت فكرة تقديم بطاقات التعلم الذاتي للأطفال في المرحلة الأساسية من الأول حتى التاسع الأساسي؛ والتي ركزت على تقديم المفاهيم والمهارات الأساسية الخاصة بكل صف أو مبحث بأسلوب مُبسط يساعد الأطفال على اكتسابها، حيث تضمنت كل بطاقة مجموعة من الإرشادات الخاصة بالطالب وولي أمره؛ بالإضافة إلى تقديم المفهوم/المهارة بطريقة سهلة وبسيطة مُدعمة بالأمثلة والتدريبات بما يساعد المتعلم على اكتساب المفهوم واتقان المهارة ذاتياً.

والله ولي التوفيق،،،

د. محمود أمين مطر

مدير عام الإشراف والتأهيل التربوي

ما هي بطاقات التعلم الذاتي؟

مجموعة من البطاقات المرافقة للكتاب المدرسـي؛ والداعمة لتعلم طلبة الصـفوف من الأول حتى التاسـع الأساسي في المباحث المختلفة، ويركز محتوى تلك البطاقات على المفاهيم والمهارات الأساسية في كل مبحث، بحيث يتم عرض المفهوم أو المهارة مع بعض الأمثلة المُعينة والتوضيحية؛ وتدريبات للتقويم الذاتي، كما تتضمن البطاقة مجموعة من الإرشـادات ذات العلاقة بتعلم المهارة؛ وروابط لمحتوى رقمي مُسـاند (فيديو تعليمي، مقطع صوتي، لعبة تربوية ...).

نصائح وإرشادات

عزيزي ولي الأمر:

التعلم الذاتي مسؤولية شـخصـية لدى الفرد؛ غير أن الأطفال يحتاجون دعماً وإشـرافاً مباشـراً من أُمهاتهم وآبائهم ليتمكنوا من التعلم الذاتي بشكل فاعل ومنظم، ولتحقيق هذا الدعم بالشكل المطلوب؛ إليك بعض النصائح والإرشادات:

- تذكر أن التعليم لا يقتصر فقط على الذهاب إلى المدرسة، فهناك الكثير من الأشياء يتعلمها الأطفال خارج المدرسة.
- تذكر أن لكل فرد شخصيته وطبيعته الخاصة، وليس بالضرورة أن تنجح الطريقة التي استخدمها صديقك في التعامل مع طفله، للتعامل مع طفلك أنت.
- لا تحاول التقليل من شأن وقيمة التعلم الذاتي أو جدواه أمام ابنك؛ وتحدث معه عن مسؤوليته عن تعلمه في ظل تعطل الدوام المدرسي.
- عزز كل تقدم يحرزه الطفل؛ وارفع من معنوياته بعبارات الثناء والتشجيع أمام الآخرين، مع مراعاة الثناء عليه بحكمة من غير إفراط أو تفريط.
- ابتعد عن مقارنة طفلك بأقرانه حتى لا تؤثر سلباً على نفسيته وإشعاره بالإحباط.
- عوِّد الطفل على تحمل المسؤولية والاهتمام بنفسه كحل الواجبات والقدرة على اتخاذ القرار بنفسه.
- اغلق الفيسبوك وأي وسيلة تواصل اجتماعي أخرى؛ حتى يصبح بإمكانك التركيز على ما يتعلّمه طفلك.
- خصّص وقتًا ثابتًا لتعلم طفلك كل يوم؛ ولا تكلفه بأي نشاط آخر في وقت التعلّم.
- اختر الوقت الذي يناسب طفلك ولا يتعارض مع أي نشاط آخر يرغب الطفل بالقيام به (مشاهدة طفلك لحلقة كرتون يحبها على التلفاز، وقت النوم ..) وذلك حتى لا يتشتت ذهن الطفل بالتفكير في هذه الأنشطة.
-

- ابتعد عن العنف والعصبية والصراخ أثناء متابعتك لدروس طفلك، لأن ذلك يعمل على هدر طاقته؛ وتشويش تفكيره؛ وتشتيت تركيزه.
- أعط الطفل فرصة الحل الفردي للتعرف على إمكاناته وتعزيز نقاط القوة ومعرفة نقاط الضعف.
- فرغ نفسك في أوقات تعلم طفلك؛ وتخلص من التفكير في أي مسؤوليات أخرى.
- تأكد من دافعية طفلك ناحية ما سيتم تعلّمه؛ لأنّ هذا ما سوف يساعده في الاستمرارية والتعلّم.
- تأكد من حالة طفلك البدنية والنفسية مثلًا: حصوله على قدر جيد من النوم، لا يشعر بالجوع؛ حتى تضمن عدم تفكيره في هذه الأشياء أثناء تتعلّم.

آليات التعامل مع بطاقات التعلم الذاتي:

عزيزي ولي الأمر:

هناك مجموعة من الأمور التي ننصح القيام بها قبل وأثناء وبعد تنفيذ جلسات التعلم الخاصة ببطاقات التعلم، وهذه الأمور تتلخص فيما يلي:

- خصص مكاناً هادئاً جيد التهوية؛ وبعيد عن الضوضاء، وحدد ركناً مناسباً في المكان لوضع الكتب ومواد التعلم بما يضمن عدم مقاطعة باقي أفراد الأسرة لجلسة التعلم.
- تأكد من وجود القرطاسية المناسبة (قلم، ممحاة، مسطرة، كراسة جانبية، مواد مناسبة للمادة ...)
- اقرأ الإرشادات والنصائح المدرجة في كل بطاقة؛ وحاول الالتزام بها ما أمكن.
- أخبر الطفل باسم المادة ورقم البطاقة التي ستناقشها معه، واسأله عن الدرس الذي تنتمي له البطاقة.
- حدد للطفل المدة الزمنية المتوقعة لإنجاز البطاقة، ويفضل أن تتراوح المدة بين (١٥ – ٢٠) دقيقة.
- اجعل من التعلم عملية ممتعة خالية من الإجهاد؛ واطلب منه الرسم أو الغناء أثناء التعلم.
- لا تقُم بالمهام بدلاً عن الطفل إذا شعر بالتعب؛ بل امنحه وقتاً للراحة؛ ثم حفزه على الرجوع للبطاقة.
- احرص على ربط التعلم بأمثلة من الحياة اليومية للطفل.
- علِّم الطفل كيف يفكر من خلال طرح الأسئلة عليه ومناقشته في إجاباته.
- استعن بالكتاب المدرسي لتعميق فهم الطفل لمحتوى المفهوم/المهارة التي تتضمنها البطاقة.
- ساعد طفلك على حل تدريبات مشابهة لتلك الواردة في بطاقات التعلم الذاتي.
- تعامل مع أخطاء الطفل بهدوء؛ ولا تترك الخطأ بدون تصحيح.
- أعط الطفل وقتاً مناسباً للراحة.
- لا تناقش مع الطفل أكثر من بطاقة في الجلسة الواحدة.
- أشعر الطفل بأهمية العمل الذي قام به واحتفل معه بإنجازه.

أساليب سلبية يجب الابتعاد عنها

إرشادات للتعامل مع رمز QR

تم إضافة رموز تفاعلية بجانب الروابط المحددة، ولمشاهدة الفيديو المرتبط بالرمز عليك بما يلي:

١. تنزيل أي برنامج من المتجر لقراءة رمز QR، وبإمكانك البحث عنه بالصيغة التالية في المتجر (قارئ رمز QR).

٢. عند دخولك للمتجر والبحث عن التطبيق ســـتجد الكثير من التطبيقات التي تدعم الفكرة، قم بتحميل أي تطبيق من التطبيقات.

٣. الخطوات السابقة ستقوم بعملها مرة واحدة، وهي المرة الأولى فقط لتنزيل التطبيق

٤. بعد تنزيل التطبيق قم بتشغيل التطبيق، وتوجيه الكاميرا الموجودة داخل التطبيق نحو الرمز المحدد، ثم انقر على كلمة فتح الموقع (المتصفح)، لتشاهد الفيديو المرتبط بالرمز.

ملاحظة: بعض الهواتف الذكية الحديثة موجود بها (قارئ QR) بشكل تلقائي.

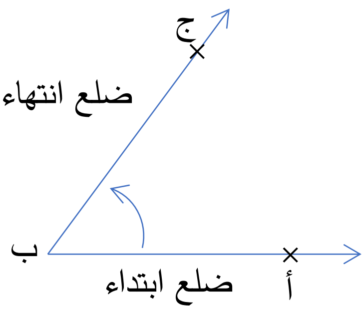
الأهداف

١- يتعرف مفهوم الزاوية الموجهة.

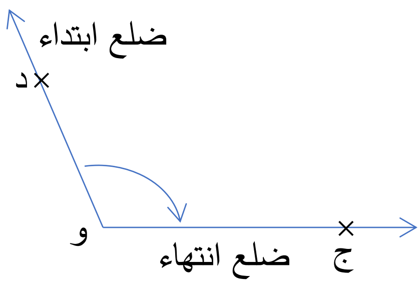
٢- يجد قياس زاوية موجهة في رسم معطى.

تلخيص المحتوى:

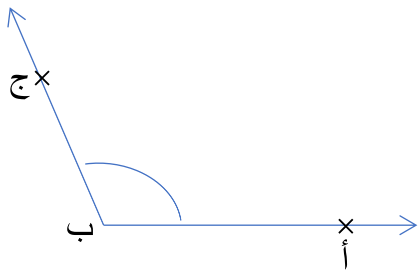
- **تذكر/** الزاوية هي اتحاد شعاعين لهما نفس نقطة البداية وتسمى رأس الزاوية.
- **أتعلم/** الزاوية الموجهة: هي زاوية يتحدد اتجاهها باتجاه دوران ضلع الابتداء لينطبق على ضلع الانتهاء.



زاوية موجهة



زاوية موجهة



ليست زاوية موجهة

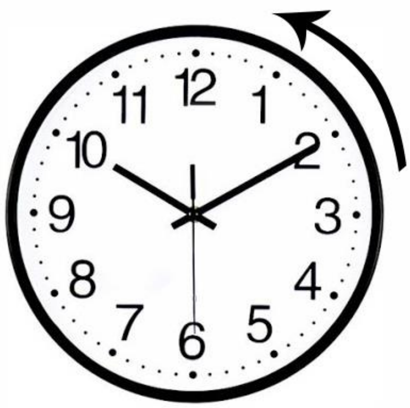
أنواع الزوايا الموجهة

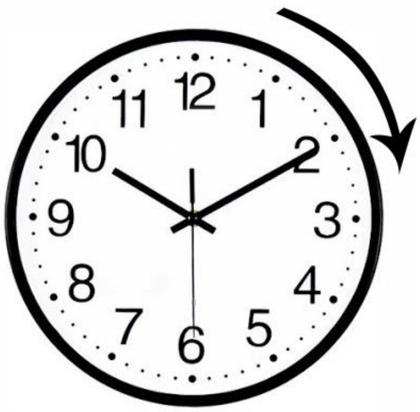
زوايا موجهة موجبة

إذا كان اتجاه دوران ضلع الابتداء **عكس عقارب الساعة**

زوايا موجهة سالبة

إذا كان اتجاه دوران ضلع الابتداء **مع عقارب الساعة**

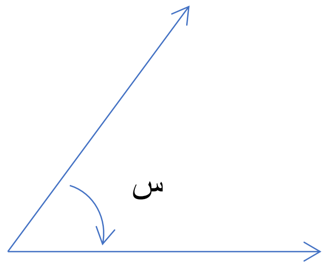




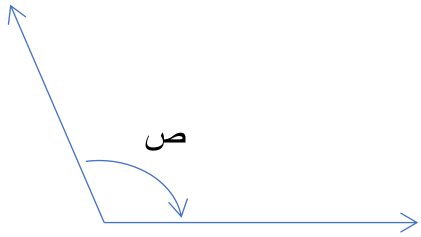
الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١)

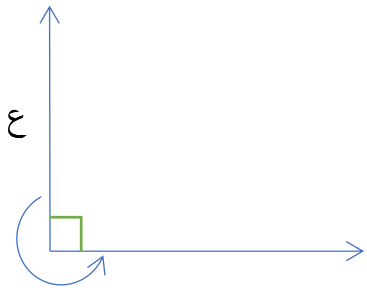
الزوايا الآتية موجهة بين أي منها موجبة وسالبة:



____

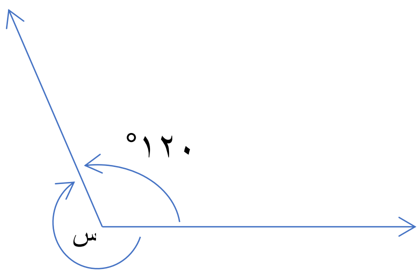


____



____

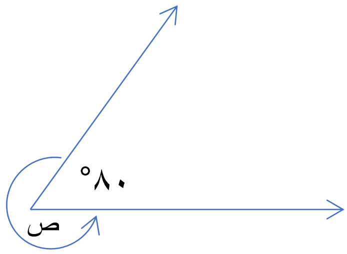
مثال: ما قيمة الزاويتان الموجهتان <u>س و ص</u> فيما يلي:



∢س=الاتجاه (٣٦٠° −الزاوية المعطاة)

= − (٣٦٠° − ١٢٠°)

= − ٢٤٠°

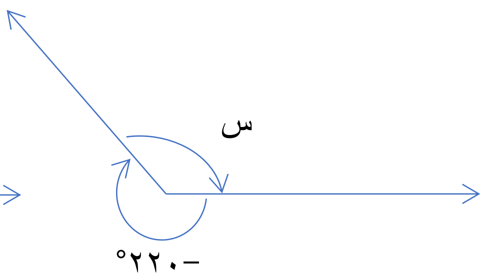


∢ص=+ (٣٦٠° − ٨٠°)

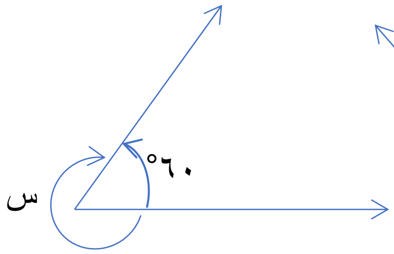
= + ٢٨٠°

نشاط (٢)

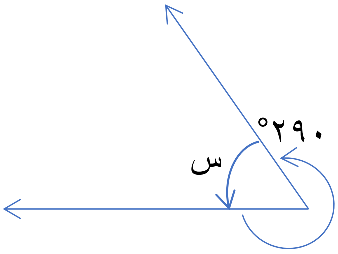
ما قيمة س في الأشكال الآتية:



∢س=



∢س=



∢س=

إرشادات للطالب:

عزيزي الطالب لمزيد من المعلومات يمكنك الاستعانة بالفيديو المرئي عبر الرابط التالي:

للمشاهده
إضغط هنا

الأهداف

١- يتعرف مفهوم الزاوية في الوضع القياسي.

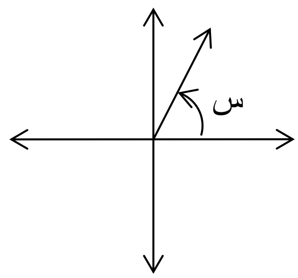
٢- يميز الزاوية التي تكون في الوضع القياسي من غيرها.

تلخيص المحتوى:

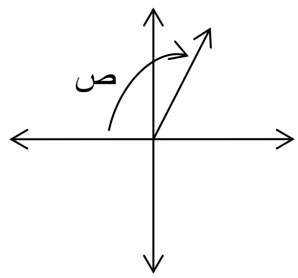
أتعلم: تكون الزاوية في الوضع القياسي إذا تحقق فيها شرطان هما:

١) رأسها نقطة الأصل ٢) ضلع الابتداء منطبق على محور السينات الموجب.

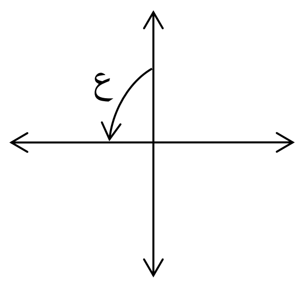
مثال: أي الزوايا الآتية في الوضع القياسي:



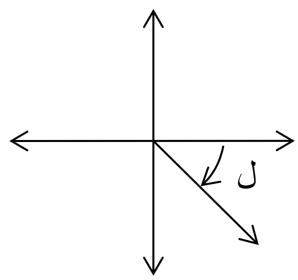
الزاوية س في الوضع القياسي لتحقق الشرطين



الزاوية ص ليست في الوضع القياسي، لأن ضلع الابتداء فيها لا ينطبق على محور السينات الموجب.



الزاوية ع ليست في الوضع القياسي، لأن ضلع الابتداء فيها لا ينطبق على محور السينات الموجب.

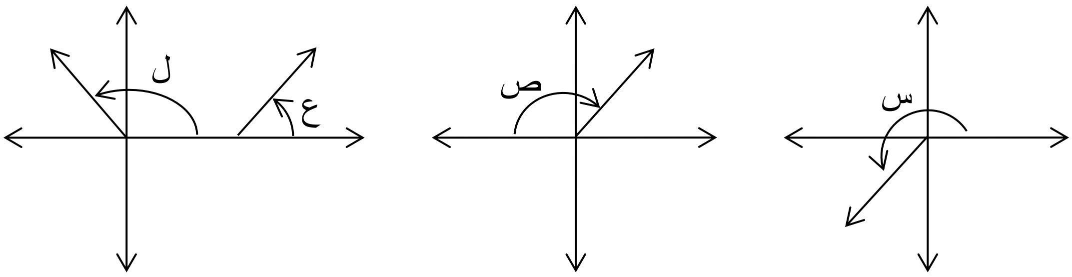


الزاوية ل في الوضع القياسي لتحقق الشرطين.

الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١)

أميز الزوايا التي في الوضع القياسي:



١) الزاوية س .... السبب ....

٢) الزاوية ص .... السبب ....

٣) الزاوية ع .... السبب ....

٤) الزاوية ل .... السبب ....

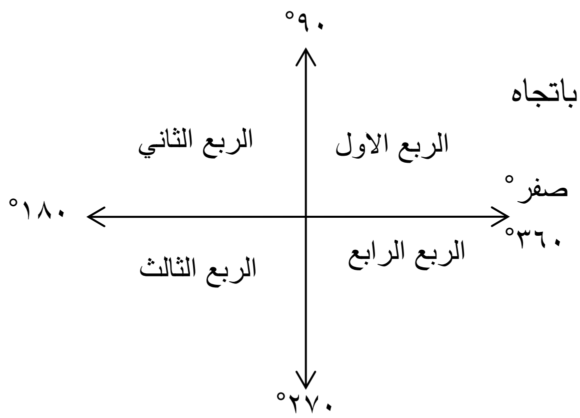
الأهداف

١- يحدد الربع الذي تقع فيه الزاوية التي في الوضع القياسي.
٢- يتعرف مفهوم الزاوية الربعية.
٣- يميز الزاوية الربعية من غيرها.

تلخيص المحتوى:

أتعلم/

- محورا الإحداثيات يقسمان المستوى إلى (٤) أرباع ترتب باتجاه **عكس** عقارب الساعة.
- عند رسم زاوية في الوضع القياسي فإن ضلع انتهائها يحدد موقعها في المستوى الديكارتي.



مثال/

١) الزاوية في الوضع القياسي والتي قياسها ١٠٠° تقع في الربع **الثاني**.
٢) الزاوية في الوضع القياسي والتي قياسها ٦٠° تقع في **الربع الأول**
٣) الزاوية في الوضع القياسي والتي قياسها -٦٠° تقع في الربع **الرابع**.

الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١)

أكمل الفراغ:

١) الزاوية في الوضع القياسي والتي قياسها ٩١° تقع في الربع ....
٢) الزاوية في الوضع القياسي والتي قياسها ١٩٠° تقع في الربع ....
٣) الزاوية في الوضع القياسي والتي قياسها -٢٢٠° تقع في الربع ....
٤) الزاوية في الوضع القياسي والتي قياسها ٨٨° تقع في الربع ....
٥) الزاوية في الوضع القياسي والتي قياسها -١٠٠° تقع في الربع ....

فكر/ زاوية في الوضع القياسي ضلع الانتهاء انطبق على محور الصادات الموجب في أي ربع تقع؟

أتعلم/ تسمى الزاوية التي في الوضع القياسي وينطبق ضلع انتهائها على أحد المحاور الإحداثية زاوية ربعية.

مثل: ٩٠° ، ١٨٠° ، ٢٧٠° ، −٩٠° .

نشاط (٢)

اختر الإجابة الصحيحة:

١) ما هي الزاوية الربعية فيما يلي؟

أ) ٩° ب) ٩٠° ج) ١٩٠° د) ٢٩٠°

٢) أي من العبارات التالية يعتبر من خصائص الزاوية التي قياسها −١٨٠°؟

أ) تقع في الربع الأول ب) تقع في الربع الثالث ج) تقع في الربع الرابع د) زاوية ربعية

٣) ما هي الزاوية غير الربعية فيما يلي؟

أ) −٩٠° ب) ٢٧٠° ج) ٩١° د) ٣٦٠°

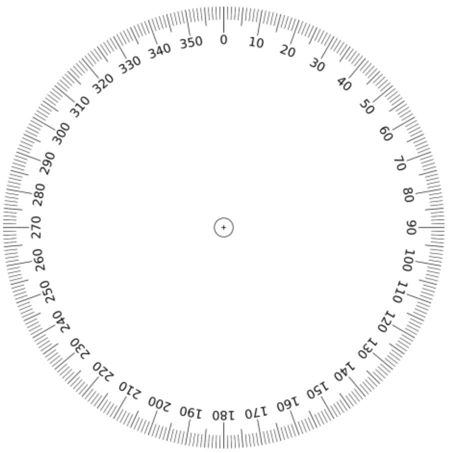
٤) أي من القياسات التالية يعتبر قياسا لزاوية ربعية؟

أ) ١٩° ب) ٩١° ج) ٩٠٠° د) ٩٩°

الأهداف	
	١. يتعرف الطالب إلى مفهوم قياس الزاوية في النظام الستيني.
	٢. يتعرف الطالب إلى مفهوم قياس الزاوية في النظام الدائري.
	٣. يحول الطالب الزاوية من القياس الستيني إلى القياس الدائري.
	٤. يحول الطالب الزاوية من القياس الدائري إلى القياس الستيني.

تلخيص المحتوى

أولا: النظام الستيني



عزيزي الطالب عندما تم تقسيم الدائرة إلى ٣٦٠ قوسا متساوياً في الطول، كانت كل زوايا من الزوايا المركزية التي تقابل قوس واحدا قياسها ١°، والزاوية التي تقابل ٧٠ قوسا يكون قياسها ٧٠° .

كما تم تقسم الدرجة الواحدة إلى ٦٠ جزءا أصغر منها وهو الدقيقة،

وتكتب على صورة: ١° = ٦٠′

وتم تقسيم الدقيقة الواحدة إلى ٦٠ جزءا أصغر منها وهو الثانية، **وتكتب على صورة:** ١′ = ٦٠″

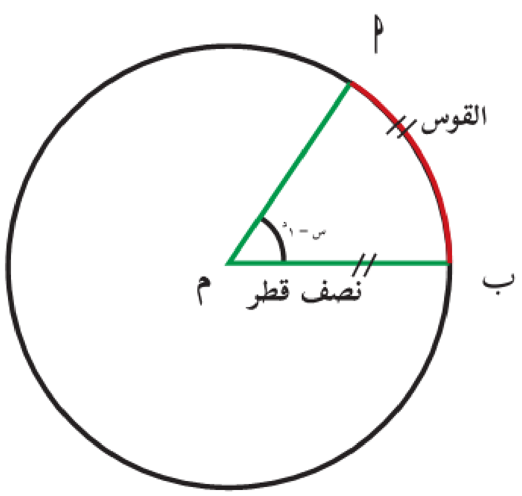
مما سبق فإن ١° = ٦٠′ = ٣٦٠٠″

مثال ١٤,٢° = ٠,٢° + ١٤° (نحول الكسر العشري إلى دقائق بالضرب في ٦٠)

= ٠,٢ × ٦٠′ + ١٤° = ١٢′ ١٤° .

حيث يسمى قياس الزاوية بالدرجات والدقائق والثواني "<u>القياس الستيني للزاوية</u>".

ثانيا: النظام الدائري



الزاوية النصف قطرية: هي زاوية مركزية في دائرة يقابلها قوس طوله يساوي طول نصف قطر الدائرة، ويرمز لها بالرمز (١ د)

الراديان: هي وحدة قياس الزوايا بالقياس الدائري للزوايا.

حيث تم ملاحظة أن كل ١ د تساوي تقريبا ٥٧,٣°،

والدورة كاملة تساوي ٢ π د

العلاقة بين القياس الستيني
و القياس الدائري

القياس الستيني ← القياس الدائري

٣٦٠° $٢\pi^{د}$ (بالاختصار)

١٨٠° $\pi^{د}$

وللتحويل بين القياسين $س^{\circ}$ ← $هـ^{د}$

من خلال الضرب التبادلي

نستنتج أن:

$$س^{\circ} = \frac{هـ^{د}}{\pi^{د}} \times ١٨٠^{\circ}$$

نستنتج أن:

$$هـ^{د} = \frac{س^{\circ}}{١٨٠^{\circ}} \times \pi^{د}$$

كم تساوي $١^{د}$
بالدرجات ؟؟؟

الحل / $س^{\circ} = \frac{هـ^{د}}{\pi^{د}} \times ١٨٠^{\circ}$ ، نعوض عن $هـ^{د} = ١$

$س^{\circ} = \frac{١}{٣{,}١٤} \times ١٨٠^{\circ} = ٥٧{,}٣^{\circ}$ ($\pi = ٣{,}١٤$ تقريبا)

نشاط (١): أحول قياس الزوايا الأتية من درجات إلى راديان:

٩٠°، ١٢٠°، −٢٢٥°

الحل

تذكر أن هـ^د = $\frac{س^\circ}{١٨٠^\circ} \times \pi^د$

١) ٩٠° = $\frac{٩٠^\circ}{١٨٠^\circ} \times \pi^د = \frac{١}{٢}\pi^د$.

٢) ١٢٠° = $\frac{١٢٠^\circ}{١٨٠^\circ} \times \pi^د = \frac{٢}{٣}\pi^د$.

٣) −٢٢٥° = $\frac{-٢٢٥^\circ}{١٨٠^\circ} \times \pi^د = -\frac{٥}{٤}\pi^د$.

تدريب ١

أحول القياسات الأتية من الدرجات إلى راديان:

٢٤٠°، −٩٠°، ٤٢٠°، −١٣٥°

نشاط (٢) : أحول قياس الزوايا التالية من القياس دائري إلى القياس الستيني:

$$\frac{١}{٦}\pi^{د} \text{ ، } \frac{٣}{٤}\pi^{د} \text{ ، } -\frac{١٥}{١٨}\pi^{د}$$

الحل

تذكر أن $س^{\circ} = \frac{هـ^{د}}{\pi} \times ١٨٠^{\circ}$

$$\frac{١}{٦}\pi^{د} = \frac{١}{٦}\cancel{\pi} \times \frac{١٨٠^{\circ}}{\cancel{\pi}} = \frac{١}{٦} \times ١٨٠^{\circ} = ٣٠^{\circ}$$

$$\frac{٣}{٤}\pi^{د} = \frac{٣}{٤}\cancel{\pi^{د}} \times \frac{١٨٠^{\circ}}{\cancel{\pi^{د}}} = ١٣٥^{\circ}$$

$$-\frac{١٥}{١٨}\pi^{د} = -\frac{١٥}{١٨}\cancel{\pi^{د}} \times \frac{١٨٠^{\circ}}{\cancel{\pi^{\circ}}} = -١٥٠^{\circ}$$

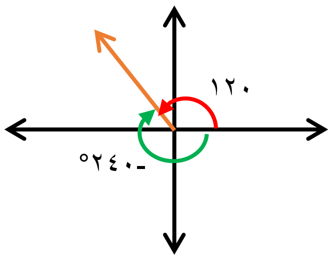
تدريب ٢

أحول القياسات الأتية من راديان إلى درجات: $\frac{٥}{٦}\pi^{د}$ ، $\frac{٢}{٣}\pi^{د}$ ، $-\frac{\pi^{د}}{٤}$ ، $٢,٥^{د}$.

الأهداف	١. يجد الطالب الزاوية المكافئة لزاوية معطاة سواء كانت بالتقدير الدائري أو التقدير الستيني.

نشاط (٢): أرسم الزوايا الأتية في الوضع القياسي:

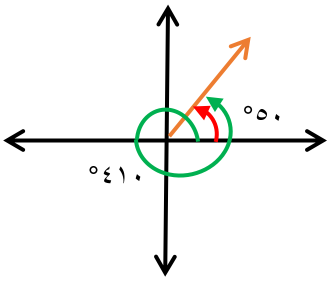
١٢٠°، -٢٤٠°



نلاحظ أن لهما نفس ضلع الابتداء

ونفس ضلع الانتهاء وتقعان في الربع الثاني

٥٠°، ٤١٠° ماذا ألاحظ ......؟

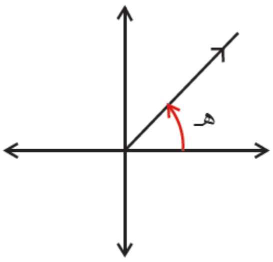


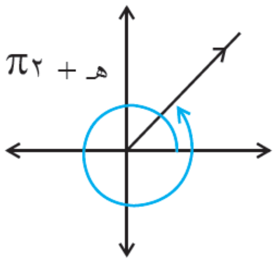
نلاحظ أن لهما نفس ضلع الابتداء ونفس ضلع الانتهاء وتقعان في الربع الأول

أتعلم : يقال لزاويتين أنهما متكافئتان : إذا كان لهما ضلع الابتداء نفسه ، و ضلع الانتهاء نفسه .

في الشكل المجاور:

∠هـ تكافئ ∠هـ + ٢π





القاعدة

القياس السيني	القياس الدائري
∠هـ تكافئ ∠هـ+٣٦٠ن°، حيث ن∋ ص	∠هـ تكافئ ∠هـ+٢نπ ، حيث ن∋ ص

نشاط (٣): أجد ثلاث زوايا مكافئة لكل من الزوايا الاتية :

٦٠° ، $\frac{\pi}{٤}$ د

الحل

الزاوية التي قياسها ٦٠° تكافئ الزاوية التي قياسها ٦٠°+٣٦٠° =٤٢٠° حيث ن=١

الزاوية التي قياسها ٦٠° تكافئ الزاوية التي قياسها ٦٠°+٣٦٠°×٢ =٧٨٠° حيث ن=٢

الزاوية التي قياسها ٦٠° تكافئ الزاوية التي قياسها ٦٠°+٣٦٠°×−١= −٣٠٠° حيث

ن=−١ و كأننا طرحنا دورة

تذكر أن :

الدورة الواحدة ٣٦٠°

الدورتان = ٢×٣٦٠°

وهكذا ٧٢٠° ...

الزوايا المكافئة للزاوية $\frac{\pi}{٤}$ د كالتالي :

الزاوية التي قياسها $\frac{\pi}{٤}$ د تكافئ الزاوية التي قياسها $\frac{\pi}{٤}$ د $+ ٢\pi = \frac{\pi + ٨\pi}{٤} = \frac{٩\pi}{٤}$ د

(ن=١) أضفنا دورة.

الزاوية التي قياسها $\frac{\pi}{٤}$ د تكافئ الزاوية التي قياسها $\frac{\pi}{٤}$ د $- ٢\pi = \frac{\pi - ٨\pi}{٤} = \frac{-٧}{٤}\pi$ د

(ن=-١) طرحنا دورة.

الزاوية التي قياسها $\frac{\pi}{٤}$ د تكافئ الزاوية التي قياسها $\frac{\pi}{٤}$ د $+ ٤\pi = \frac{\pi + ١٦\pi}{٤} = \frac{١٧}{٤}\pi$ د

(ن=٢) أضفنا دورتين.

تدريب ٣

أ) أوجد ثلاث زوايا تكافئ الزاوية التي قياسها ٥٠° .

ب) أوجد ثلاث زوايا تكافئ الزاوية التي قياسها $\frac{\pi}{٣}$ د .

ج) حل سؤال ٤ صفحة ١٨ من الكتاب المدرسي .

التقويم الختامي

السؤال الأول : اختر رمز الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١. ما هو قياس الزاوية ١٢٠° بالتقدير الدائري؟

أ) $\frac{٧}{٤}\pi^{د}$ ب) $\frac{٢}{٣}\pi^{د}$ ج) $\frac{٣}{٢}\pi^{د}$ د) $\frac{٥}{٤}\pi^{د}$.

٢. أي من الزوايا الاتية تكافئ الزاوية ٦٠° ؟

أ) ٣٠°   ب) ٧٩٠°   ج) −٣٠٠°   د) ٤١٠°

٣. ما هو قياس الزاوية $\frac{-٣}{٤}\pi^{د}$ بالتقدير الستيني؟

أ) −١٣٥°   ب) ١٣٥°   ج) −٢٤٠°   د) ٢٤٠°

السؤال الثاني : أكمل الفراغ بما يناسبه :

١) يسمى قياس الزاوية بالدرجات و الدقائق و الثواني بالقياس ....

٢) ١^{د} = ... ، بينما $\pi^{د}$ = ...

٣) $-\frac{٩}{٥}\pi^{د}$ = ...(بالنظام الستيني).

٤) ٢٧٠° = ...(بالنظام الدائري) .

أعزائي الطلاب بإمكانكم الاستعانة بالرابط التالي:

للمشاهده إضغط هنا

يتوقع من الطالب بعد تنفيذ البطاقة أن:

الأهداف	١- يتعرف إلى النسب المثلثية الأساسية من خلال دائرة الوحدة . ٢- يكتشف قيم النسب المثلثية للزوايا الربعية .

تلخيص المحتوى:

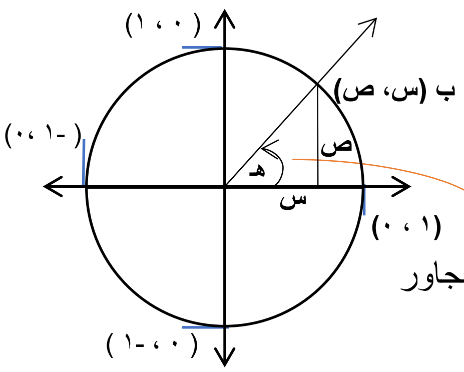
أتذكر يا عزيزي :

١. جا هـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ ، جتا هـ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ ، ظاهـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ = $\frac{\text{جاهـ}}{\text{جتاهـ}}$

٢. الدائرة التي مركزها نقطة الأصل ، وطول نصف قطرها وحدة واحدة تسمى دائرة الوحدة .

لذا تكون معادلة دائرة الوحدة : س^{٢} + ص^{٢} = ١ .

لننظر يا صديقي إلى الشكل المجاور :



لتكن هـ زاوية في الوضع القياسي ،إذا قطع ضلع انتهائها دائرة الوحدة في النقطة ب (س، ص) ، أجد النسب المثلثية الأساسية للزاوية هـ .

الحل :

نلاحظ يا عزيزي في المثلث المنشأ أن الضلع المقابل للزاوية هـ هو س، والضلع المجاور للزاوية هـ هو ص ، والوتر في دائرة الوحدة = ١ وحدة .

لذا تكون النسب المثلثية الأساسية على الشكل

جاهـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{\text{ص}}{١}$ = ص ، جتاهـ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{\text{س}}{١}$ = س ، ظاهـ = $\frac{\text{جاهـ}}{\text{جتاهـ}}$ = $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$

بشكل عام إحداثيات النقطة ب (س، ص) = (جتاهـ ، جاهـ) .

هيا يا عبقري نستنتج أن

إذا قطع ضلع انتهاء الزاوية هـ في الوضع القياسي دائرة الوحدة في النقطة ب (س، ص) فإنه يمكن تعريف الاقترانات المثلثية الأساسية جاهـ = ص ، جتاهـ = س ، ظاهـ = $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ ، س ≠ ٠ وتسمى هذه الاقترانات ، الاقترانات المثلثية الأساسية للزاوية هـ .

ملحوظة :

١. دائرة الوحدة التي نصف قطرها وحدة واحدة تقطع محور السينات من جهة اليمين عند ١ أي النقطة (١ ، ٠) وتقطعه من جهة اليسار عند -١ أي النقطة (-١ ، ٠)

لذا -١ ≤ س ≤ ١ ومنها نجد -١ ≤ جتاهـ ≤ ١

٢. دائرة الوحدة التي نصف قطرها وحدة واحدة تقطع محور الصادات من الأعلى عند ١ أي النقطة (١ ، ٠) وتقطعه من الأسفل عند -١ أي النقطة (٠، -١)

لذا -١ ≤ ص ≤ ١ ومنها نجد -١ ≤ جاهـ ≤ ١

النسب المثلثية الأساسية خلال دائرة الوحدة

جاهـ = ص

جتاهـ = س

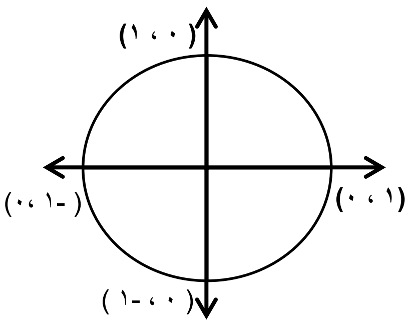
ظاهـ = $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$

نشاط (١)

أجد يا صديقي الاقترانات المثلثية الأساسية للزوايا الربعية :

صفر° ، ٩٠° ، ١٨٠° ، ٢٧٠° ، ٣٦٠° .

الحل :



٣. ضلع انتهاء الزاوية التي قياسها صفر° يقطع دائرة الوحدة في النقطة (١ ، ٠) ويتنج منها :

جاهـ = صفر (لأن جاهـ = ص الإحداثي الصادي للنقطة) ،

جتاهـ = ١ (لأن جتاهـ = س الإحداثي السيني للنقطة) ، ظاهـ = $\frac{\text{صفر}}{١}$ = صفر (لأن ظاهـ = $\frac{\text{جاهـ}}{\text{جتاهـ}}$)

الأن يا مكتشف دعنا نكمل اكتشافتنا سويا :

١- ضلع انتهاء الزاوية التي قياسها ٩٠° يقطع دائرة الوحدة في النقطة (٠ ، ١) ويتتج منها :

جا٩٠° = ... ، جتا٩٠° = ... ، ظا٩٠° ....

٢- ضلع انتهاء الزاوية التي قياسها ١٨٠° يقطع دائرة الوحدة في النقطة (-١ ، ٠) ويتتج منها :

جا١٨٠° = ... ، جتا١٨٠° = ... ، ظا١٨٠°......................

٣- ضلع انتهاء الزاوية التي قياسها ٢٧٠° يقطع دائرة الوحدة في النقطة .... ويتتج منها :

جا٢٧٠° = ... ، جتا٢٧٠° = ... ، ظا٢٧٠° ....

٤- ضلع انتهاء الزاوية التي قياسها ٣٦٠° يقطع دائرة الوحدة في النقطة .... ويتتج منها :

جا٣٦٠° = ... ، جتا٣٦٠° = ... ، ظا٣٦٠° ....

عمل مميز

هيا يا عزيزي

دعنا نلخص المعلومات السابقة الجدول الآتي :

قياس الزاوية الربعية (هـ°)	جاهـ	جتاهـ	ظاهـ
صفر°	صفر	....	....
٩٠°	١	صفر	$\frac{١}{صفر}$ قيمة غير معرفة
١٨٠°	....	-١	صفر
٢٧٠°	....	....	....
٣٦٠°	....	....	صفر

أحسنت

نشاط (٢)

أجد قيمة الاقترانات المثلثية الأساسية لقياسات الزوايا الآتية: −٩٠ ° ، ٤٥٠ ° ، ٥ π د

الحل :

....

....

....

نشاط (٣)

إذا قطع ضلع انتهاء الزاوية في الوضع القياسي والتي قياسها هـ° دائرة الوحدة في النقطة أ (- $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$) فإن :

جاهـ = $\frac{١}{٢}$ ، (لأن الإحداثي الصادي لنقطة تقاطع ضلع انتهائها هو ....)

جتاهـ = ... (لأن ....)

ظاهـ = ... (لأن ....)

نشاط (٤)

أجد يا صديقي قيمة الاقترانات المثلثية الأساسية للزاوية هـ في الوضع القياسي، إذا قطع ضلع انتهائها دائرة الوحدة في النقطة :

١- أ ($\frac{-١}{\sqrt{٢}}$ ، $\frac{-١}{\sqrt{٢}}$)

٢- ب (-١ ، ٠)

٣- جـ ($\frac{-١}{٢}$ ، $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$)

[رابط فيديو شارح](#) للمشاهده إضغط هنا	

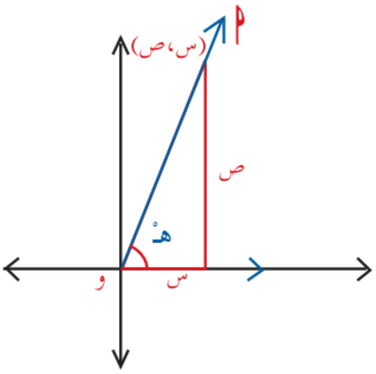
بطاقة رقم (٨)   النسب المثلثية الأساسية من خلال نقطة على ضلع الانتهاء

يتوقع من الطالب بعد تنفيذ البطاقة أن:

الأهداف ١- يتعرف إلى النسب المثلثية الأساسية من نقطة على ضلع الانتهاء .

تلخيص المحتوى:

هيا نناقش يا صديقي



إذا كانت هـ زاوية في الوضع القياسي ، وكانت النقطة أ (س، ص) تقع على ضلع

انتهائها، بعد النقطة أ(س ، ص) عن نقطة الأصل (ر)

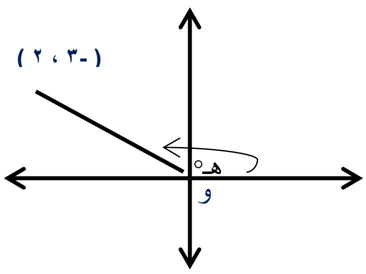
$= \sqrt{(س - ٠)^٢ + (ص - ٠)^٢}$

لذا نجد أن ر $= \sqrt{س^٢ + ص^٢}$

جاهـ = $\frac{المقابل}{الوتر} = \frac{ص}{ر}$ ، جتاهـ = $\frac{المجاور}{الوتر} = \frac{س}{ر}$ ،

ظاهـ = $\frac{ص}{س}$ ، س $\neq$ ٠

نشاط (١)



في الشكل المجاور ، أجد يا صديقي قيم الإقترانات المثلثية

جاهـ ، جتاهـ ، ظاهـ .

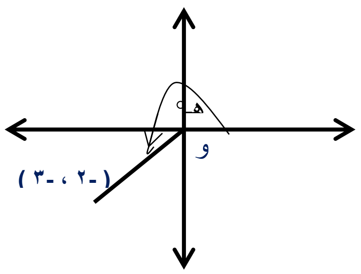
الحل :

ر = $\sqrt{(-٣)^٢ + ...}$ = ...

جاهـ = $\frac{ص}{ر}$ = ... ، جتاهـ = ...

ظاهـ = ...

نشاط (٢)



في الشكل المجاور ، أجد يا صديقي قيم الإقترانات المثلثية

جاهـ ، جتاهـ ، ظاهـ :

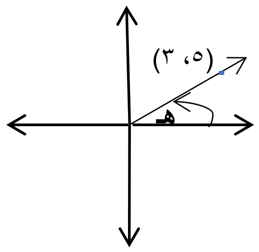
الحل :

ر = √(...... + ...) = ...

جاهـ = ... ، جتاهـ = ...

ظاهـ = ...

نشاط (٣)



في الشكل المجاور ، أجد يا صديقي قيم الإقترانات المثلثية

جاهـ ، جتاهـ ، ظاهـ :

الحل :

....

....

....

رابط فيديو شارح للمشاهده إضغط هنا	

إشارة الاقترانات المثلثية الأساسية

يتوقع من الطالب بعد تنفيذ البطاقة أن:

الأهداف	
	١- يحدد إشارة الاقترانات المثلثية الأساسية في المستوى .
	٢- يجد قيم الاقترانات المثلثية الأساسية في المستوى بمعلومة نقطة يمر بها ضلع الانتهاء .

تلخيص المحتوى:

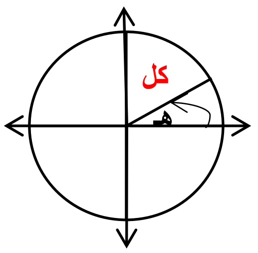
تذكر يا عزيزي

أن قانون إيجاد المسافة بين نقطتين أ(س١،ص١) ، ب (س٢،ص٢)في المستوى

هو ر = $\sqrt{(\text{س}_٢ - \text{س}_١)^٢ + (\text{ص}_٢ - \text{ص}_١)^٢}$

أتعلم يا صديقي

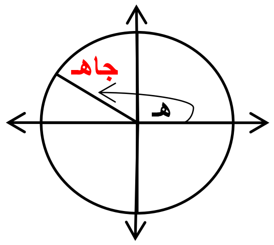
تتحدد إشارة الاقترانات المثلثية للزاوية في الوضع القياسي هـ ، حسب الربع الذي تقع فيه فعند رسم دائرة الوحدة ورسم زاوية قياسية ، إذا كان ضلع انتهاء الزاوية يقطع الدائرة:



١- **في الربع الأول** فيكون يكون المسقط السيني موجب والمسقط الصادي أيضا موجب لذا :

جاهـ = ص (موجبة) ، وجتاهـ = س (موجبة) ، ظاهـ = $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ ($\frac{\text{موجب}}{\text{موجب}}$ = موجب)

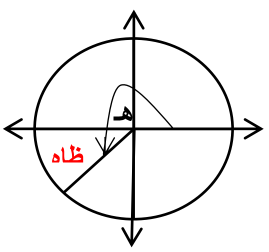
بمعني أن **كل** إشارات الاقترانات المثلثية للزوايا في الربع الأول تكون **موجبة**.



٢- **في الربع الثاني** يكون المسقط السيني موجب والمسقط الصادي سالب لذا :

تكون جاهـ = ص (موجبة) ، جتاهـ = س (سالبة) ، ظاهـ = $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$($\frac{\text{سالب}}{\text{موجب}}$ = سالب)

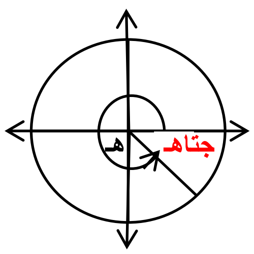
بمعني أن في الربع الثاني إشارة **جاهـ موجبة** ، أما إشارة جتاهـ و ظاهـ تكون سالبة .



٣- **في الربع الثالث** يكون المسقط السيني سالب والمسقط الصادي سالب لذا :

تكون جاهـ = ص (سالبة) ، جتاهـ = س (سالبة) ، ظاهـ = $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ ($\frac{\text{سالب}}{\text{سالب}}$ = موجب)

بمعني أن في الربع الثالث إشارة **ظاهـ موجبة** ، أما إشارة جاهـ و جتاهـ تكون سالبة .



٤- **في الربع الرابع** يكون المسقط السيني موجب والمسقط الصادي سالب لذا :

تكون جاهـ = ص (سالبة) ، جتاهـ = س (موجبة) ، ظاهـ = $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ ($\frac{\text{سالب}}{\text{موجب}}$ = سالب)

بمعني أن في الربع الرابع إشارة **جتاهـ موجبة** ، أما إشارة جاهـ و ظاهـ تكون سالبة .

دعني أخبرك بسر خطير

للتسهيل كي نستحضر إشارة الاقترانات المثلثية في أرباع المستوى ردد معي :

كل جيب يظلله جتاه ، أو كل جبار ظالم جته مصيبة			
الربع الأول تكون كل الاقترانات المثلثية إشارتها موجبة ، **فنقول :**	في الربع الثاني يكون إشارة الاقتران جاهـ موجبة ، **فنقول:**	في الربع الثالث تكون إشارة الاقتران ظاهـ موجبة ، **فنقول:**	في الربع الرابع تكون إشارة الاقتران جتاهـ موجبة ، **فنقول:**
كل	**جيب**	**يظلله**	**جتاه**
كل	**جبار**	**ظالم**	**جته مصيبة**

نشاط (١)

أحدد يا صديقي إشارة ما يأتي :

الاقتران	إشارته	السبب
جا ٦٠°	موجب	لأن الزاوية القياسية التي قياسها ٦٠° تقع في الربع الأول ، تكون جميع إشارة الإقترانات المثلثية الأساسية موجب ، لذا إشارة جا٦٠° موجبة .
ظا ١٣٥°	سالب	لأن الزاوية الزاوية القياسية التي قياسها ١٣٥° تقع في الربع الثاني ، تكون إشارة جاهـ فقط الموجبة ، بمعنى أن إشارة ظا ١٣٥° الواقعة في الربع الثاني سالبة .
جتا٢٤٠°	....	....
جا١٦٠°	....	....
جتا ١٣٥°	....	....
ظا ١٧°	....	....
جتا٣٣٠°	....	....

إلى الأمام

رابط فيديو شارح

للمشاهده إضغط هنا

بطاقة رقم (١٠) اقتران جيب وجيب التمام لضعف الزاوية

يتوقع من الطالب بعد تنفيذ البطاقة أن :

الأهداف	١- يستنتج أن جا٢أ = ٢ جا أ جتا أ . ٢- يستنتج أن جتا٢أ = جتا^{٢} أ – جا^{٢} أ .

ملاحظة : π في البطاقة تشير إلى قياس الزاوية بالتقدير الدائري .

تلخيص المحتوى:

اقتران جيب وجيب التمام لضعف الزاوية

جا٢أ = ٢ جا أ جتا أ

جتا٢أ = جتا^{٢} أ – جا^{٢} أ

= ٢ جتا^{٢} أ – ١

= ١ – ٢ جا^{٢} أ

أتذكر يا صديقي

س°	جاس	جتاس	ظاس
٣٠	$\frac{١}{٢}$	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{١}{\sqrt{٣}}$
٦٠	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{١}{٢}$	$\sqrt{٣}$
٤٥	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$	١

كذلك جا٩٠° = ١ .

كذلك جا^{٢} أ + جتا^{٢} أ = ١

جتا^{٢} أ = ١ – جا^{٢} أ

جا^{٢} أ = ١ – جتا^{٢} أ

نشاط (١)

أجد يا عزيزي قيمة ٢جا٣٠° جتا٣٠° وأقارنه بقيمة جا٦٠° .

الحل:

٢جا٣٠° جتا٣٠° = ٢ × .... × .... = ...

جا٦٠° = ...

نلاحظ أن : ....

نشاط (٢)

أجد يا عزيزي قيمة ٢جا٤٥° جتا٤٥° وأقارنه بقيمة جا٩٠° .

الحل:

٢جا٤٥° جتا٤٥° = ٢ × .... × .... = ...

جا٩٠° = ...

نلاحظ أن : ....

عمل رائع

نستنتج يا صديقي أن

جا٢أ = ٢جاأ جتاأ .

نشاط (٣)

أجد قيمة جا $\frac{\pi}{٨}$ جتا $\frac{\pi}{٨}$.

الحل :

....

....

....

نشاط (٤)

أجد يا عزيزي قيمة جتا^{٢} ٣٠° – جا^{٢} ٣٠° وأقارنه بقيمة جتا٦٠° .

الحل:

جتا^{٢} ٣٠° – جا^{٢} ٣٠° = ...

جتا ٦٠° = ...

نلاحظ يا صديقي أن : ....

نشاط (٥)

أجد يا عزيزي قيمة جتا^{٢} ٤٥° – جا^{٢} ٤٥ ° وأقارنه بقيمة جتا٩٠° .

الحل:

جتا^{٢} ٤٥° – جا^{٢} ٤٥ ° = ...

جتا (٢ × ٤٥°) = جتا٩٠° = ...

نلاحظ يا صديقي أن : ....

نستنتج يا صديقي أن

جتا ٢ أ = جتا^{٢} أ – جا^{٢} أ

بالتعويض عن قيمة جا^{٢} أ = ١ – جتا^{٢} أ بالقانون السابق جتا ٢ أ = جتا^{٢} أ – (١ – جتا أ)^{٢} = ٢ جتا^{٢} أ - ١

بالتعويض عن قيمة جتا^{٢} أ = ١ – جا^{٢} أ بالقانون السابق جتا ٢ أ = (١ – جا^{٢} أ) – جا^{٢} أ = ١ – ٢ جا^{٢} أ

لذا جتا ٢ أ = جتا^{٢} أ – جا^{٢} أ

٢ جتا^{٢} أ - ١

١ – ٢ جا^{٢} أ

نشاط (٦)

أجد جتا^{٢} ١٥° − جا^{٢} ١٥° دون استخدام الحاسبة .

الحل :

جتا^{٢} ١٥° − جا^{٢} ١٥° = جتا .... = ...

نشاط (٧)

أ زاوية منفرجة بحيث جتاأ = $\frac{-٤}{٥}$ ، أجد قيمة جتا ٢أ.

الحل :

....

....

....

نشاط (٨)

أجد قيمة ما يأتي دون استخدام الحاسبة :

١- ٢جتا^{٢} ٢٢,٥ ° − ١ .

٢- ١ − ٢ جا^{٢} $\frac{\pi}{٦}$.

٣- ٦ جا $\frac{\pi}{١٢}$ جتا $\frac{\pi}{١٢}$.

رابط فيديو شارح

للمشاهده إضغط هنا

بطاقة رقم (١١)　　زاوية الإسناد

يتوقع من الطالب بعد تنفيذ البطاقة أن :

الأهداف

١- يتعرف إلى زاوية الإسناد للزاوية الأساسية في المستوى .

٢- يجد قيم اقترانات مثلثية لزاويا أساسية من خلال زاوية الإسناد .

ملاحظة : π في البطاقة تشير إلى قياس الزاوية بالتقدير الدائري .

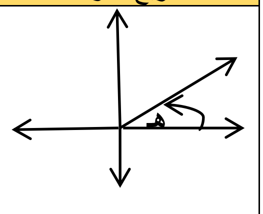
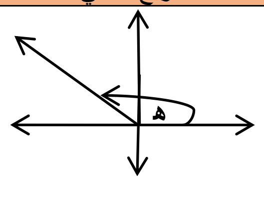
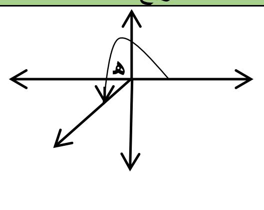
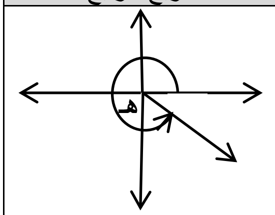
تلخيص المحتوى:

أتذكر يا صديقي

قياس الزاوية	جاهـ	جتاهـ	ظاهـ
٣٠°	$\frac{١}{٢}$	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{١}{\sqrt{٣}}$
٦٠°	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{١}{٢}$	$\sqrt{٣}$
٤٥°	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$	١

أتعلم يا صديقي :

زاوية إسناد الزاوية (هـ) هي الزاوية الحادة < هـَ الناتجة من إتحاد ضلع إنتهاء الزاوية (<هـ) و محور السينات .

	الربع الأول	الربع الثاني	الربع الثالث	الربع الرابع
				
القياس الستيني	هـَ = هـ	هـَ = ١٨٠ – هـ	هـَ = هـ – ١٨٠	هـَ = ٣٦٠ – هـ
القياس الدائري	هـَ = هـ	هـَ = π – هـ	هـَ = هـ – π	هـَ = ٢ π – هـ

نشاط (١)

أجد قياس زاوية الأسناد للزوايا التي قياسها ما يأتي :

$٢٢٥°$ ، $\frac{٢\pi}{٣}$ ، $-١٥٠°$ ، $\frac{٣\pi}{٤}$ ، $٢١٠°$.

الحل :

١- الزاوية $٢٢٥°$ تقع في الربع الثالث ولإيجاد زاوية الإسناد نستخدم القاعدة هـ − $١٨٠°$

$هـ' = ٢٢٥° - ١٨٠° = ٤٥°$.

٢- الزاوية $\frac{٢\pi}{٣}$ تقع في الربع الثاني ولإيجاد زاوية الإسناد نستخدم القاعدة π − هـ

$هـ' = \pi - \frac{٢\pi}{٣} = \frac{٣\pi}{٣} - \frac{٢\pi}{٣} = \frac{\pi}{٣}$

ساعدني في استكمال الحل يا صديقي ....

....

....

....

دعني أخبرك بسر خطير

قيم الاقترانات المثلثية لزاوية الإسناد هي ذاتها قيم الاقترانات المثلثية للزاوية الأساسية ، بينما تتحدد إشارة تلك القيمة حسب موضع ضلع انتهاء الزاوية الأساسية في المستوى .

مثال (١)

أجد يا صديقي قيمة جا$١٢٠°$.

الحل :

الزاوية في الوضع القياسي والتي قياسها $١٢٠°$ تقع في الربع الثاني .

إشارة جا$١٢٠°$ موجبة .

قياس زاوية الإسناد هـ' = $١٨٠° - ١٢٠° = ٦٠°$.

جا$١٢٠°$ = جا$٦٠°$ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

خطوات الحل :

١- نجد الربع الواقع فيه الزاوية .
٢- نحدد إشارة الاقتران .
٣- نجد قياس زاوية الإسناد للزاوية المعطاة .
٤- نجد قيمة الاقتران المطلوب مع مراعاة الإشارة .

نشاط (٢)

أجد يا صديقي قيمة جتا ٢٤٠° .

الحل :

الزاوية في الوضع القياسي والتي قياسها ٢٤٠° تقع في الربع ....

إشارة جتا٢٤٠° ....

قياس زاوية الإسناد هـ´ = ... = ...

جتا٢٤٠° = – جتا ....° = ...

نشاط (٣)

أجد يا صديقي قيمة جا ٢٢٥° .

الحل :

الزاوية في الوضع القياسي والتي قياسها ٢٢٥° تقع في الربع ....

إشارة جا٢٢٥° ....

قياس زاوية الإسناد هـ´ = ... = ...

جا٢٢٥° = ...= ....

إلى الأمام

نشاط (٤)

أجد يا صديقي قيمة جا –٣٠° .

الحل :

الزاوية في الوضع القياسي والتي قياسها –٣٠° تقع في الربع ....

إشارة جا–٣٠° ....

قياس زاوية الإسناد هـ´ = ... = ...

جا–٣٠° = ...= ....

نشاط (٥)

أجد يا صديقي قيمة ظا $\frac{٣\pi}{٤}$.

الحل :

الزاوية في الوضع القياسي والتي قياسها $\frac{٣\pi}{٤}$ تقع في الربع ....

إشارة ظا $\frac{٣\pi}{٤}$ ....

قياس زاوية الإسناد هـ َ = ... = ...

ظا $\frac{٣\pi}{٤}$ = ...= ....

نشاط (٦)

أجد يا صديقي قيمة ظا $\frac{٢\pi}{٣}$

الحل :

....

....

....

رابط فيديو شارح

للمشاهده إضغط هنا

بطاقة رقم (١٢) تمثيل الاقترانات المثلثية الأساسية

الأهداف

١- يمثل الاقترانات المثلثية الاساسية بيانياً.

٢- يستنتج خواص الاقترانات المثلثية من الرسم.

تلخيص المحتوى:

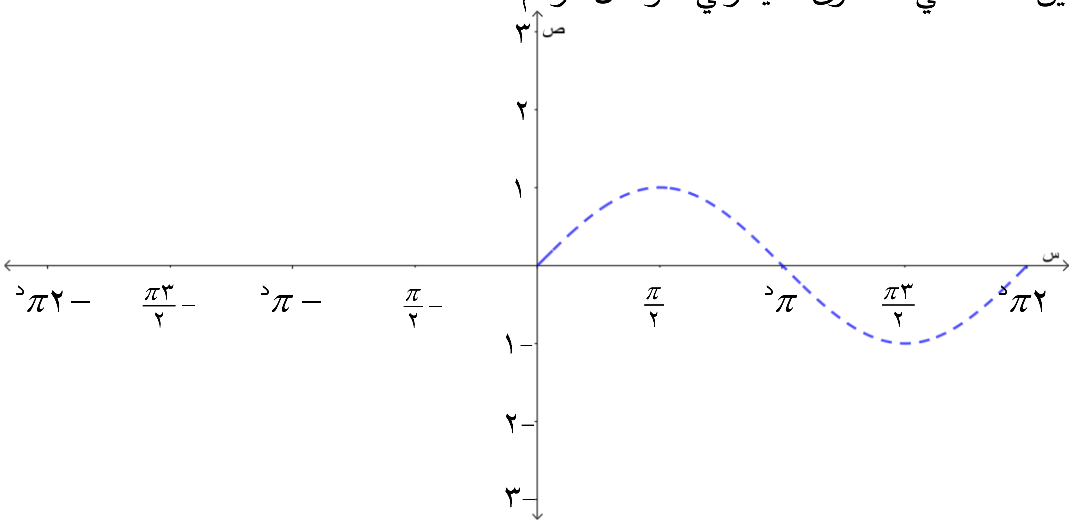
سوف نتعلم في هذه البطاقة كيفية رسم اقتران الجيب ق(س) = جاس واقتران جيب تمام الزاوية ق(س) = جتاس واقتران الظل ق(س) = ظاس ، ثم سنتعرف على خواصهم.

أولاً:- اقتران الجيب ق(س) = جاس

١) نكون جدول فيه قياس الزاوية وقيمة جيبها :-

قياس الزاوية س	$-\pi^{د}$	$-\frac{\pi}{٢}^{د}$	$٠^{د}$	$\frac{\pi}{٦}^{د}$	$\frac{\pi}{٤}^{د}$	$\frac{\pi}{٣}^{د}$	$\frac{\pi}{٢}^{د}$	$\pi^{د}$	$\frac{٣\pi}{٢}^{د}$	$٢\pi^{د}$
س°	−١٨٠°	−٩٠°	٠°	٣٠°	٤٥°	٦٠°	٩٠°	١٨٠°	٢٧٠°	٣٦٠°
ق(س) = جاس	٠	−١	٠	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	١	٠	−١	٠

٢) عين النقاط في المستوى الديكارتي ، وأكمل الرسم:-



٣) خواص الاقتران ق(س) = جاس ، حيث س بالتقدير الدائري

- بما أن الزوايا المتكافئة لها النسب المثلثية المناظرة نفسها، فإن منحنى ق(س)= جا س يكرر نفسه في فترات متساوية، طول كل منها ٢π . ومثل هذه الاقترانات تسمى **اقترانات دورية**، ومقدار دورة هذا الاقتران = ٢π .

- مجال الاقتران = ح ، مدى الاقتران = [–١ ، ١]
- أكبر قيمة للاقتران = ١ ، أصغر قيمة للاقتران = –١
- سعة الاقتران = $\frac{\text{أكبر قيمة له – أصغر قيمة له}}{٢}$ = $\frac{١ - -١}{٢}$ = ١
- اقتران ق(س) = جاس **اقتران فردي** لأنه متماثل حول نقطة الأصل.

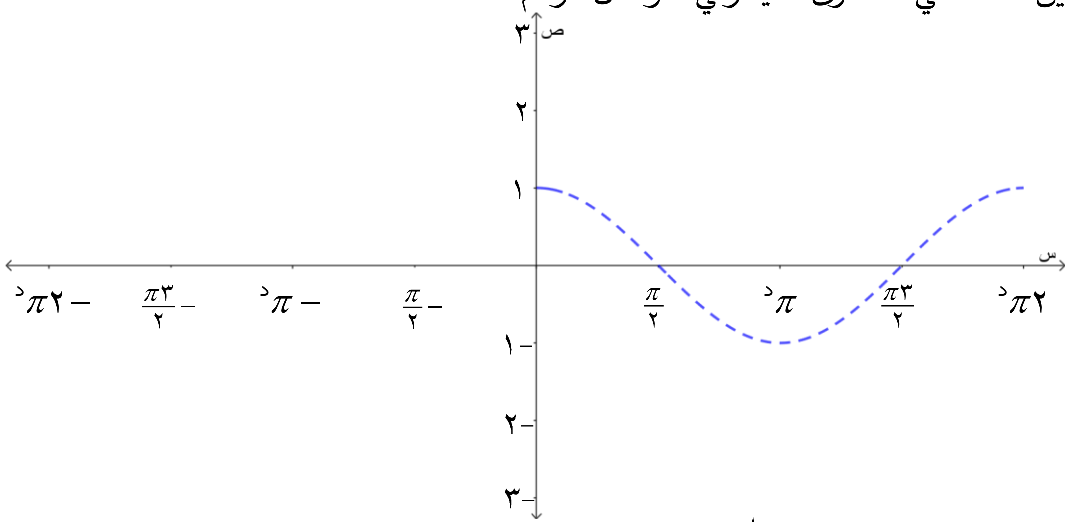
  إذن ق(– س) = – ق(س)، جا– س = –جاس

ثانياً :– اقتران جيب تمام الزاوية ق(س) = جتاس

١) نكون جدول فيه قياس الزاوية وقيمة جيب تام الزاوية :–

قياس الزاوية س	$-\pi^{\text{د}}$	$-\frac{\pi}{٢}^{\text{د}}$	$٠^{\text{د}}$	$\frac{\pi}{٦}^{\text{د}}$	$\frac{\pi}{٤}^{\text{د}}$	$\frac{\pi}{٣}^{\text{د}}$	$\frac{\pi}{٢}^{\text{د}}$	$\pi^{\text{د}}$	$\frac{٣\pi}{٢}^{\text{د}}$	$٢\pi^{\text{د}}$
س°	–١٨٠°	–٩٠°	٠°	٣٠°	٤٥°	٦٠°	٩٠°	١٨٠°	٢٧٠°	٣٦٠°
ق(س) = جتاس	–١	٠	١	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$	$\frac{١}{٢}$	٠	–١	٠	١

٢) عين النقاط في المستوى الديكارتي ، وأكمل الرسم:



٣) خواص الاقتران ق(س) = جتاس (حيث س بالتقدير الدائري)

- اقتران دوري دورته = ٢π
- مجال الاقتران = ح

- مدى الاقتران = [−١ ، ١]
- أكبر قيمة للاقتران = ١
- أصغر قيمة للاقتران = −١
- سعة الاقتران = $\frac{\text{أكبر قيمة له – أصغر قيمة له}}{٢}$ = $\frac{١ - -١}{٢}$ = ١
- اقتران ق(س) = جتاس اقتران زوجي لأنه متماثل حول محور الصادات.

إذن ق(س) = ق(− س) ، جتاس = جتا− س

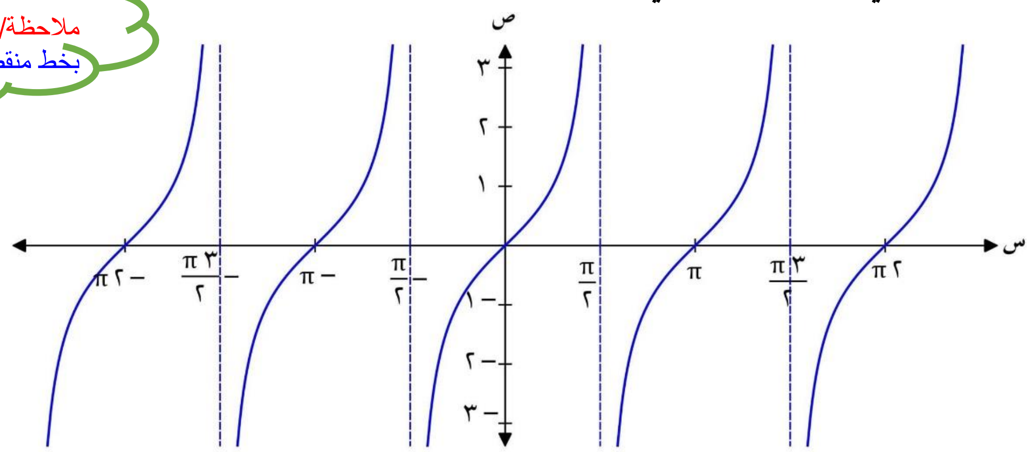
ثالثاً :− اقتران الظل ق(س) = ظاس

١) نكون جدول فيه قياس الزاوية وقيمة ظلها:−

قياس الزاوية س	$-\pi^{د}$	$-\frac{\pi}{٢}^{د}$	٠^{د}	$\frac{\pi}{٦}^{د}$	$\frac{\pi}{٤}^{د}$	$\frac{\pi}{٣}^{د}$	$\frac{\pi}{٢}^{د}$	$\pi^{د}$	$\frac{٣\pi}{٢}^{د}$	$٢\pi^{د}$
س°	−١٨٠°	−٩٠°	٠°	٣٠°	٤٥°	٦٠°	٩٠°	١٨٠°	٢٧٠°	٣٦٠°
ق(س) = ظاس	٠	غير معرف	٠	$\frac{١}{\sqrt{٣}}$	١	$\sqrt{٣}$	غير معرف	٠	غير معرف	٠

٢) عين النقاط في المستوى الديكارتي:−

ملاحظة/ نرسم الزوايا غير معرفة بخط منقط يوازي محور الصادات.



ق(س) = ظا س

٣) خواص الاقتران ق(س) = ظاس

- اقتران دوري دورته = π
- مجال الاقتران = ح − $\{\frac{\pi}{2} + ن\pi$ ، ن∈ ص$\}$
- مدى الاقتران = ح
- لا توجد له قيمة كبرى ، ولا توجد له قيمة صغرى.
- ليس له سعة.
- اقتران ق(س) = ظاس اقتران فردي لأنه متماثل حول نقطة الأصل.

إذن − ق(س) = ق(− س) ، −ظاس = ظا− س

الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١)

ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و(✗) أمام العبارة غير الصحيحة: −

١) (   ) الاقتران ق(س) = جتاس اقتران زوجي.

٢) (   ) جاس = جا−س

٣) (   ) إذا كان ق(س) = جاس ، فإن أكبر قيمة للاقتران = ٢

٤) (   ) إذا كان ق(س) = جتاس ، فإن أقل قيمة للاقتران = −١

٥) (   ) إذا كان ق(س) = ظاس ، فإن دورته = ٢π

٦) (   ) إذا كان ق(س) = جتاس ، فإن السعة = ١

٧) (   ) مجال الاقتران ق(س) = ظاس هو ح

٨) (   ) مدى الاقتران ق(س) = جاس هو [−١ ، ١]

نشاط (٢)

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة:

١) ما هي أكبر قيمة للاقتران ق(س) = جتاس ؟

أ) ١ ب) -١ ج) ٢ د) -٢

٢) ما هي أصغر قيمة للاقتران ق(س) = جاس ؟

أ) ١ ب) -١ ج) صفر د) -٢

٣) ما سعة الاقتران ق(س) = جاس ؟

أ) ١ ب) -٢ ج) ٢ د) -٤

٤) ما طول دورة الاقتران ق(س) = جاس؟

أ) π ب) ٢π ج) ٤π د) $\frac{\pi}{٢}$

٥) ما هو مدي الاقتران ق(س) = جتاس ؟

أ) [٠ ، ١] ب) [-١ ، ١] ج) [-٢ ، ٢] د) [-١ ، ٠]

٦) ما هو مجال الاقتران ق(س) = جاس ؟

أ) [-١ ، ١] ب) ح ج) π د) $ح^{+}$

نشاط (٣)

أكمل الفراغ بما يناسبه:

١) إذا كان ق(س) = جتاس ، فإن أكبر قيمة للاقتران = ---------------

٢) إذا كان ق(س) = جاس ، فإن أقل قيمة للاقتران = --------------

٣) إذا كان ق(س) = جاس ، فإن دورة الاقتران = -------------

٤) إذا كان ق(س) = ظاس ، فإن سعة الاقتران -------------

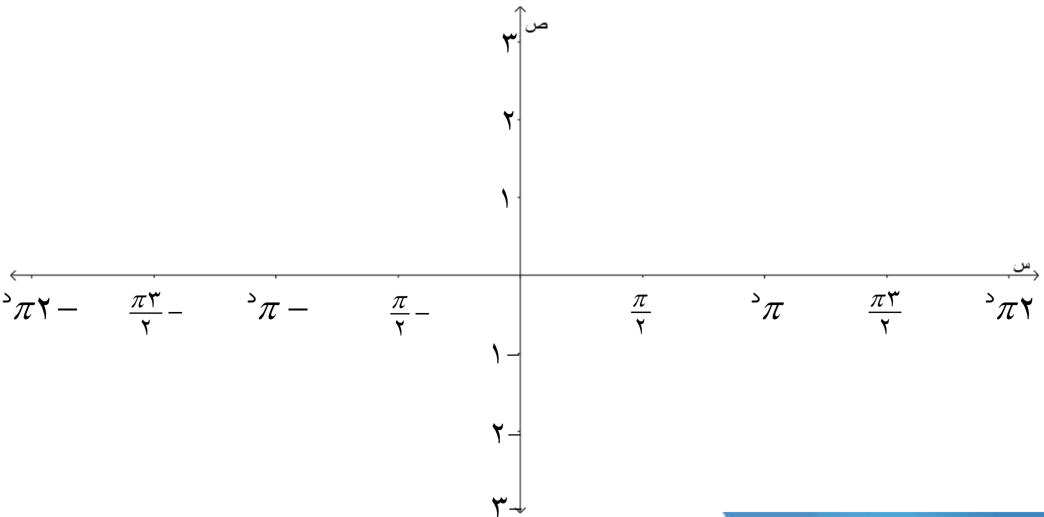
٥) مجال الاقتران ق(س) = ظاس هو ------------------

٦) مدى الاقتران ق(س) = جتاس هو ------------------

نشاط (٤)

مثل الاقتران ق(س) = جا٢س في المستوى الديكارتي.

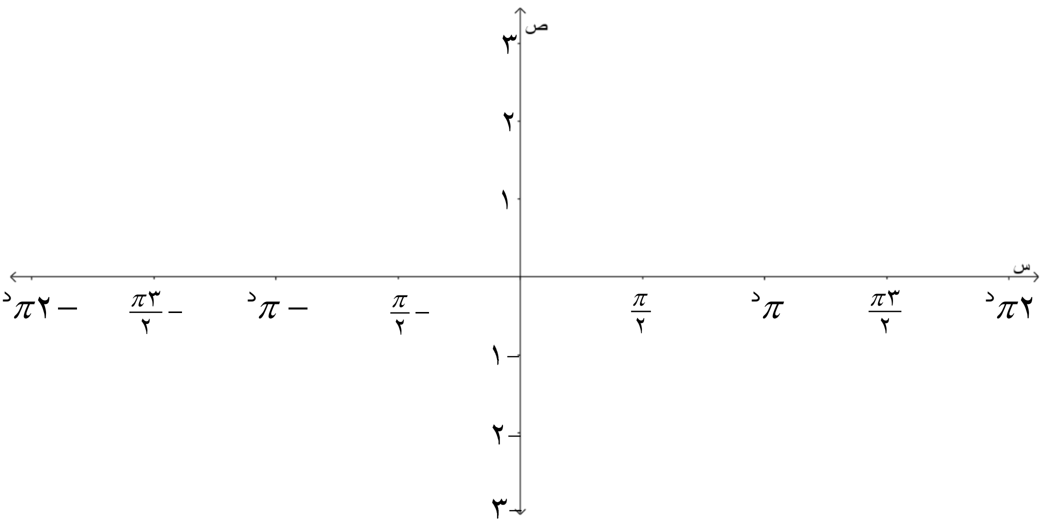
قياس الزاوية س	$-\frac{\pi}{2}$ د	$-\frac{\pi}{4}$ د	٠ د	$\frac{\pi}{6}$ د	$\frac{\pi}{4}$ د	$\frac{\pi}{3}$ د	$\frac{\pi}{2}$ د	$\frac{3\pi}{4}$ د	$\frac{4\pi}{3}$ د	π د
ق(س) = جا٢س										



نشاط (٥)

مثل الاقتران ق(س) = ٢جتاس في المستوى الديكارتي.

قياس الزاوية س	$-\pi$ د	$-\frac{\pi}{2}$ د	٠ د	$\frac{\pi}{6}$ د	$\frac{\pi}{4}$ د	$\frac{\pi}{3}$ د	$\frac{\pi}{2}$ د	π د	$\frac{3\pi}{2}$ د	2π د
ق(س) = ٢جتاس										



إرشادات للطالب:

شرح وحل أنشطة درس تمثيل الاقترانات المثلثية عبر قارئ باركود QR

للمشاهده
إضغط هنا

شرح حل تمارين ومسائل الدرس صفحة ٣٧ عبر قارئ باركود QR

للمشاهده
إضغط هنا

الأهداف

١- يحدد خصائص اقترانات الجيب من القاعدة بدون رسم.

٢- يحدد خصائص اقترانات جيب التمام من القاعدة بدون رسم.

تلخيص المحتوى:

سوف نتعلم في هذه البطاقة إيجاد خواص الاقترانات المثلثية بدون رسم.

تعريف:-

اقتران الجيب يكتب على صورة ق(س) = أ جا(ب س) + جـ . حيث أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية أ ، ب $\neq$ صفر

اقتران جيب التمام يكتب على صورة ق(س) = أ جتا(ب س) + جـ . حيث أ ، ب ، جـ $\in$ح أ ، ب $\neq$ صفر

فتكون:-

١) أكبر قيمة للاقتران = | أ | + جـ

٢) أصغر قيمة للاقتران = -| أ | + جـ

٣) دورة الاقتران = $\frac{2\pi}{|ب|}$

٤) السعة =| أ |

٥) مدى الاقتران = [-| أ | + جـ ، | أ | + جـ]

٦) المجال = ح

مثال:- لديك الاقتران ق(س) = ٤جا$\frac{1}{2}$س - ٣ ، أوجد كلاً من بدون تمثيل:

أ = ٤ ، ب = $\frac{1}{2}$ ، جـ = -٣

١) أكبر قيمة للاقتران = | أ | + جـ = | ٤ | + -٣ = ١

٢) أصغر قيمة للاقتران = -| أ | + جـ = -| ٤ | + -٣ = -٧

٣) دورة الاقتران = $\frac{2\pi}{|ب|} = \frac{2\pi}{|\frac{1}{2}|} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 2\pi \times \frac{2}{1} = 4\pi$

٤) السعة =| أ | = | ٤ | = ٤

٥) مدى الاقتران = [-| أ | + جـ ، | أ | + جـ] = [-| ٤ | + -٣ ، | ٤ | + -٣] = [-٧ ، ١]

٦) المجال = ح

الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١)

ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و(✗) أمام العبارة غير الصحيحة:-

١) (   ) إذا كان ق(س) = جاس +١ ، فإن أكبر قيمة للاقتران = ٢

٢) (   ) إذا كان ق(س) = ٢جتا٢س +٢ ، فإن أقل القيمة للاقتران = −٢

٣) (   ) إذا كان ق(س) = ٣جا٢س +١ ، فإن دورة الاقتران = π

٤) (   ) إذا كان ق(س) = −٥جتا٢س −٢ ، فإن السعة = −٥

٥) (   ) مجال الاقتران ق(س) = ٤جتاس −٣ هو ح

٦) (   ) مدى الاقتران ق(س) = −٣جاس −١ هو [−٤ ، ٣]

نشاط (٢)

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة:

١) ما هي أكبر قيمة للاقتران ق(س) = ٣جا٢س +١ ؟

أ) ٢   ب) -١   ج) ٤   د) -٤

٢) ما هي أصغر قيمة للاقتران ق(س) = جتاس +١ ؟

أ) ١   ب) -١   ج) صفر   د) ٢

٣) ما سعة الاقتران ق(س) = جا٢س −٢ ؟

أ) ١   ب) -٢   ج) ٢   د) -٤

٤) ما طول دورة الاقتران ق(س) = -جا٢س؟

أ) π ب) ٢π ج) ٤π د) $\frac{\pi}{٢}$

٥) ما هو مدي الاقتران ق(س) = -٣جا٢س +١ ؟

أ) [٢ ، ٤]   ب) [-٢ ، ٤]   ج) [-٤ ، ٢]   د) [-٤ ، -٢]

٦) ما هو مجال الاقتران ق(س) = ١٠جتا٢س +١ ؟

أ) [-٩ ، ١١]   ب) ح   ج) π د) ص

نشاط (٣)

أكمل الفراغ بما يناسبه:

١) إذا كان ق(س) = ٣جا$\frac{س}{٢}$ − ١ ، فإن القيمة الكبرى = ---------------

٢) إذا كان ق(س) = -٢جتاس ، فإن القيمة الصغرى = --------------

٣) إذا كان ق(س) = ٣جا$\frac{س}{٥}$ +١ ، فإن دورة الاقتران = -------------

٤) إذا كان ق(س) = جتا٢س+٤ ، فإن سعة الاقتران =------------

٥) مجال الاقتران ق(س) = ٥جاس هو ------------------

٦) مدى الاقتران ق(س) = ٢جا –س+٣ هو -----------------

نشاط (٤)

كون اقتران الجيب الذي سعته = ٣ ودورته = ٢π ومداه = [-١ ، ٥]

إرشادات للطالب:

شرح وحل أنشطة درس تمثيل الاقترانات المثلثية عبر قارئ باركود QR

للمشاهده إضغط هنا

شرح حل تمارين ومسائل الدرس صفحة ٣٧ عبر قارئ باركود QR

للمشاهده إضغط هنا

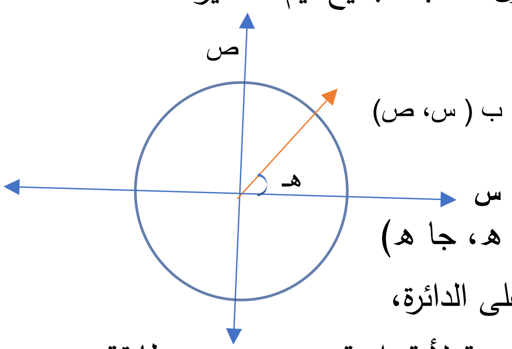
الأهداف	
	١- أن يتعرف الطالب إلى مفهوم المتطابقات المثلثية.
	٢- أن يستنتج الطالب المتطابقات الأساسية من دائرة الوحدة.
	٣- أن يثبت الطالب صحة متطابقات معطاة.
	٤- أن يوظف المتطابقات في حل مسائل وتمارين منتمية

تلخيص المحتوى:

تعرف المتطابقة: هي مساواة بين عبارتين رياضيتين متكافئتين (لهما نفس القيمة العددية)، وهي صحيحة لجميع قيم المتغير في العبارة، مثل س× (س+١) = س^{٢} + س، الطرفين لهما نفس القيمة العددية، فمثلاً لو عوضنا بدل س بأي عدد وليكن مثلاً ٣، الطرف الأيمن: ٣× (٣+١) = ١٢، الطرف الأيسر: ٣ ^{٢} +٣ =٩+٣ =١٢، فهي صحيحة لجميع قيم س.

المتطابقة المثلثية: هي معادلة بمتغير تحتوي اقتراناً مثلثياً، وتكون صائبة لجميع قيم المتغير.

لاحظ الشكل المجاور، دائرة مركزها نقطة الأصل، هـ زاوية في الوضع القياسي، النقطة ب (س، ص) نقطة تقاطع ضلع انتهاء الزاوية هـ مع الدائرة، فإن:



جا هـ = ص، جتا هـ = س أي أن النقطة ب (س، ص) = (جتا هـ، جا هـ)

تذكر أن معادلة دائرة الوحدة س^{٢} + ص^{٢} =١، والنقطة ب تقع على الدائرة،

إذن تحقق معادلتها، فينتج أن **جا^{٢} هـ + جتا^{٢} هـ** =١، وهي صحيحة لأية زاوية هـ، وتسمى متطابقة.

نستنتج منها أيضا أن: **جا^{٢} هـ** = ١ - **جتا^{٢} هـ**، كذلك: **جتا^{٢} هـ** = ١ - **جا^{٢} هـ**.

تذكر أن النسب المثلثية الثانوية هي: قا هـ = $\frac{١}{\text{جتا هـ}}$، قتا هـ = $\frac{١}{\text{جا هـ}}$، ظتا هـ = $\frac{١}{\text{ظا هـ}}$.

ملاحظة: لإثبات صحة المتطابقة، يمكن البدء بأحد الطرفين، والوصول إلى الطرف الآخر، ويمكن البدء بكلا الطرفين، والوصول إلى مقدارين متساويين.

مثال (١): باستخدام المتطابقة جا^{٢} هـ + جتا^{٢} هـ =١، اثبت أن ظا^{٢} هـ + ١ = قا^{٢} هـ.

الحل: بقسمة طرفي المتطابقة الأساسية (جا^{٢} هـ + جتا^{٢} هـ =١) على جتا^{٢} هـ،

$\frac{\text{جا}^{٢}\text{ هـ}}{\text{جتا}^{٢}\text{ هـ}} + \frac{\text{جتا}^{٢}\text{ هـ}}{\text{جتا}^{٢}\text{ هـ}} = \frac{١}{\text{جتا}^{٢}\text{ هـ}}$ ينتج أن ظا^{٢} هـ + ١ = قا^{٢} هـ.

الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١) باستخدام المتطابقة جا^٢ هـ + جتا^٢ هـ =١، اثبت أن ظتا^{٢}هـ +١= قتا^٢ هـ

....

....

مثال (٢): أثبت صحة المتطابقة $\frac{\text{جا}^٢\,\text{س}}{١-\text{جتا س}}$ = ١+ جتا س، جتا س $\neq$ ١.

الحل: نضرب الطرف الأيمن $\frac{\text{جا}^٢\,\text{س}}{١-\text{جتا س}}$ في (١+ جتا س) بسطاً ومقاماً

$\frac{\text{جا}^٢\,\text{س}}{١-\text{جتا س}} \times \frac{١+\text{جتا س}}{١+\text{جتا س}} = \frac{(١+\text{جتا س})\,\text{جا}^٢\,\text{س}}{(١+\text{جتا س})(١-\text{جتا س})}$، لاحظ أن المقام عبارة عن فرق بين مربعين أي أن المقام يكون (١+ جتا س) × (١- جتا س) = ١- جتا^٢ س،

$$\frac{(١+\text{جتا س})\,\text{جا}^٢\,\text{س}}{(١+\text{جتا س})(١-\text{جتا س})} = \frac{(١+\text{جتاهـ})\times\text{جا}^٢\,\text{هـ}}{١-\text{جتا}^٢\,\text{هـ}}$$

من المقام (جا^٢ هـ = ١- جتا^٢ هـ) بالتعويض ينتج $\frac{(١+\text{جتاهـ})\times\cancel{\text{جا}^٢\text{هـ}}}{\cancel{\text{جا}^٢\text{هـ}}}$ = ١+ جتا هـ = الطرف الأيسر.

حل أخر:

$\frac{\text{جا}^٢\,\text{س}}{١-\text{جتا س}} = \frac{١-\text{جتا}^٢\,\text{س}}{١-\text{جتا س}} = \frac{(١-\text{جتا س})(١+\text{جتا س})}{١-\text{جتا س}}$ = ١+ جتا س = ١+ جتا س = الطرف الأيسر.

نشاط (٢)

اثبت أن: $\frac{١+ظا^{٢}هـ}{١+ظتا^{٢}هـ} = ظا^{٢}هـ$.

....

....

....

مثال (٣): اثبت صحة المتطابقة: جتا^{٢} هـ − جا^{٢}هـ = ١ − ٢جا^{٢} هـ.

الحل: نستخدم المتطابقة الأساسية جا^{٢} هـ + جتا^{٢} هـ =١، جتا^{٢} هـ = ١ − جا^{٢} هـ، الآن بالتعويض في الطرف الأيمن من المتطابقة **جتا^{٢} هـ − جا^{٢}هـ** = (١ − جا^{٢} هـ) − جا^{٢} هـ = ١ − ٢جا^{٢} هـ = الطرف الأيسر.

نشاط (٣)

اثبت صحة المتطابقة $\frac{١-جتاهـ}{١+جتاهـ} = \left(\frac{١-جتاهـ}{جاهـ}\right)^{٢}$

....

....

....

....

ملاحظة:

- ❖ **قانون جيب تمام ضعف الزاوية جتا ٢هـ = جتا^{٢} هـ − جا^{٢} هـ. (يمكن اشتقاق أكثر من قانون)**
- ❖ **قانون جيب ضعف الزاوية جا ٢هـ = ٢جا هـ × جتا هـ.**

مثال (٤): اثبت أن (جا هـ+ جتا هـ)^{٢} = ١+ جا ٢هـ

الحل: الطرف الأيمن: (جا هـ+ جتا هـ)^{٢} = (جا هـ+ جتا هـ) × (جا هـ+ جتا هـ) (بالتوزيع)

= جا^{٢} هـ+ جا هـ×جتا هـ+ جتا هـ× جا هـ+ جتا^{٢} هـ

= جا^{٢} هـ +جتا^{٢}هـ+ ٢جا هـ× جتا هـ

= ١ + ٢جا هـ× جتا هـ

= ١+ جا ٢ هـ= الطرف الأيسر.

نشاط ختامي

الآن عزيزي الطالب يمكنك الانتقال إلى الكتاب المدرسي: وحل سـ ١(ج) صـ٤٣

إرشادات للطالب: يمكنك متابعة الاستفادة من الشرح وحل الأسئلة من خلال الروابط التالية

شرح درس المتطابقات المثلثية عبر الرابط:

للمشاهده إضغط هنا

أو الباركودQR :

حل أسئلة المتطابقات المثلثية عبر الرابط:

للمشاهده إضغط هنا

أو الباركودQR :

الأهداف

١- أن يتعرف الطالب إلى مفهوم المعادلات المثلثية.

٢- أن يحل الطالب معادلات مثلثية.

٣- يوظف حل المعادلات في حل تمارين منتمية.

تلخيص المحتوى:

المعادلة: هي تساوي بين عبارتين، وتكون هذه المعادلة صحيحة لقيم معينة للمجهول، وخاطئة لقيم أخرى.

مثل المعادلة: ٢س +١= ٥ صحيحة عندما س= ٢، وخاطئة لأي قيمة أخرى لـ س مثل (١، ٥، ٩، ...).

ما المقصود بحل المعادلة: إيجاد قيمة المجهول الذي يجعل المعادلة صحيحة.

المعادلة المثلثية: جملة مفتوحة تحوي اقتراناً مثلثياً وتكوب صائبة لبعض القيم الحقيقية.

تذكر أن:

١) الزاويتان المتتامتان مجموع قياسيهما= ٩٠ °.

٢) إذا كان س، ص قياسين لزاويتين متتامتين فإن: جا س= جتا ص. (أي أن ∢س+ ∢ص= ٩٠ °).

٣) كل جيب يظلله جتاه.

مثال (١): حل المعادلة المثلثية جا (٢س+ ٣٠) = جتا ٤س، صفر ≤ س ≤ ٩٠ °.

الحل: جا س= جتا ص، عندما تكون ∢س، ∢ص زاويتان متتامتان، أي أن مجموعهما= ٩٠ °

إذن ٢س +٣٠+٤س = ٩٠ °، ٦س= ٩٠ ° − ٣٠ °، ٦س = ٦٠ °، $\frac{٦س}{٦}$ = $\frac{٦٠°}{٦}$ إذن س= ١٠ °.

مثال (٢): حل المعادلة ٢ جا س −١ = صفر، صفر ≤ س ≤ ٢π.

الحل: ٢ جا س− ١ = صفر ⟸ ٢جا س = ١ ⟸ جا س = $\frac{١}{٢}$ (ما هي الزاوية التي جيبها= $\frac{١}{٢}$، س= ٣٠ °)

إذن زاوية الإسناد = ٣٠، بما أن جا س قيمة موجبة تقع الزاوية في الربع الأول (س= ٣٠ °) والربع الثاني

(س = ١٨٠ °−٣٠ °= ١٥٠ °)، مجموعة الحل= {٣٠ °، ١٥٠ °}= {$\frac{\pi}{٦}$، $\frac{٥\pi}{٦}$}.

نشاط (١)

حل المعادلة ظا^{٢} س + ١ = ٢، صفر $\le$ س $\le$ ٢π.

....

....

....

مثال (٣): أوجد مجموعة حل المعادلة: جتا^{٢} س +٢ جتا س −٣ = صفر، صفر $\le$ س $\le$ ٢π.

الحل: جتا^{٢} س +٢ جتا س −٣ = صفر ، (هي نفس العبارة التربيعية س^{٢} + ٢س −٣، التي تحلل(س+٣) (س−١))

(جتا س +٣) (جتا س −١) = صفر ،

إذن إما جتا س+ ٣ = صفر ، جتا س =−٣ (مرفوض لأن −١ $\le$ جتا س $\le$ ١)

أو جتا س − ١ = صفر ، جتا س= ١ (ما الزاوية التي جيب تمامها=١، س= ٠°، ٣٦٠°)

مجموعة الحل { ٠°، ٣٦٠° } أو بالتقدير الدائري { ٠°، ٢π }.

نشاط (٢)

ما مجموعة حل المعادلة ٢ جتا^{٢} س −١ = صفر، صفر $\le$ س $\le$ ٢π.

....

....

....

....

مثال (٣): أوجد مجموعة حل المعادلة جا س × جتا س− $\frac{١}{٢}$ جا س = صفر، صفر $\le$ س $\le$ ٢π.

الحل: جا س × جتا س− $\frac{١}{٢}$ جا س = صفر ، نخرج العامل المشترك وهو جا س

إذن جا س × (جتا س− $\frac{١}{٢}$)= صفر ، إما جا س= صفر أو جتا س− $\frac{١}{٢}$ = صفر

جا س= صفر ، س زاوية ربعية، س = ٠° أو س= ٣٦٠° أو س=١٨٠°

جتا س− $\frac{١}{٢}$ = صفر ، جتا س= $\frac{١}{٢}$ ، زاوية الاسناد= ٦٠° ، لاحظ جتا س موجبة إذن تقع في الربع الأول أو الرابع

إذن س= ٦٠° أو س = ٣٦٠° − ٦٠° = ٣٠٠°

مجموعة الحل= { ٠°، ٣٦٠°، ١٨٠°، ٦٠°، ٣٠٠° } = { ٠°، ٢π، π، $\frac{\pi}{٣}$، $\frac{٥\pi}{٣}$ }.

نشاط (٣)

ما مجموعة حل المعادلة ٢ جا^{٢} س+ جا س= صفر، صفر $\leq$ س $\leq$ ٢π.

....

....

....

....

نشاط ختامي

حل المعادلة المثلثية جتا(٢س +٤٥)= جا(س)، صفر $\leq$ س $\leq$ ٩٠$^{\circ}$.

....

....

إرشادات للطالب: يمكنك متابعة الاستفادة من الشرح وحل الأسئلة من خلال الروابط التالية

شرح درس المعادلات المثلثية عبر الرابط:

للمشاهده إضغط هنا

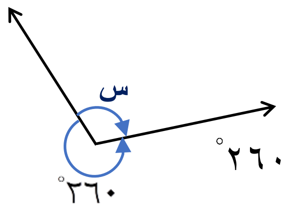
أو الباركودQR :

حل أسئلة المعادلات المثلثية عبر الرابط:

للمشاهده إضغط هنا

أو الباركودQR :

<u>***السؤال الأول:***</u>– ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة:–



١) ما قياس الزاوية س في الشكل المقابل؟

أ) ١٠٠°　　ب) −١٠٠°　　ج) ٢٦٠°　　د) −٢٦٠°

٢) ما أي ربع تقع الزاوية ٢٢٠°؟

أ) الأول　　ب) الثاني　　ج) الثالث　　د) الرابع

٣) متى تكون الزاوية في الوضع القياسي؟

أ) إذا كان رأسها نقطة الأصل.　　ب) إذا انطبق ضلع الابتداء على محور السينات الموجب.

ج) إذا كان ضلع انتهائها في الربع الأول.　　د) أ و ب معاً.

٤) ما قياس الزاوية ١٢٠° بالدائري؟

أ) $\pi^{\text{د}}$　　ب) $\frac{\text{٢}\pi^{\text{د}}}{\text{٣}}$　　ج) $\frac{\text{٣}\pi^{\text{د}}}{\text{٢}}$　　د) $-\frac{\text{٢}\pi^{\text{د}}}{\text{٣}}$

٥) ما قياس الزاوية $-\frac{\text{٣}\pi^{\text{د}}}{\text{٤}}$ بالدرجات؟

أ) ١٣٥°　　ب) −٢٢٥°　　ج) ٤٥°　　د) ٢٢٥°

٦) أي الزوايا الأتية قياس لزاوية ربعية؟

أ) ١٨٠°　　ب) −٩٠°　　ج) $\text{٢}\pi^{\text{د}}$　　د) جميع ما سبق صحيح

٧) أي القياسات الآتية قياس لزاوية مكافئة للزاوية التي قياسها ٣٠٠°؟

أ) −٣٠٠°　　ب) −٦٠°　　ج) ٥٦٠°　　د) ٦٠°

٨) ما قياس زاوية الاسناد للزاوية التي قياسها ١٢٠°؟

أ) ١٢٠°　　ب) −٦٠°　　ج) ٦٠°　　د) ٣٠°

٩) ما سعة الاقتران ق(س) = −٢جا٣س+١؟

أ) −٢　　ب) ٢　　ج) ٣　　د) ١

١٠) ما قيمة ظا ١٥٠°؟

أ) ظا ٣٠°　　ب) −ظا ٣٠°　　ج) −ظا ١٥٠°　　د) ظا−١٥٠°

السؤال الثاني:- ضع اشارة (✓) أمام العبارة الصحيحة واشارة (✗) أمام العبارة الخاطئة:

١) (   ) تكون الزاوية موجبة إذا كان اتجاهها مع عقارب الساعة.

٢) (   ) الزاوية ٢ ͩ تقع في الربع الثاني.

٣) (   ) الزاوية الربعية هي زاوية في الوضع القياسي وينطبق ضلع انتهائها على أحد المحاور الإحداثية.

٤) (   ) إشارة جتا ٣٠٠° موجبة.

٥) (   ) الاقتران ق(س) = جاس اقتران فردي.

السؤال الثالث:- أكمل الفراغ بما يناسبه:-

١) الزاوية -٣٠° تقع في الربع --------------

٢) إذا كان ق(س) = ٣جتا٢س −١، فإن أكبر قيمة للاقتران = ---------------

٣) مدى الاقتران ق(س) = ظاس هو --------------

٤) طول دورة الاقتران ق(س) = ٢جا$\frac{س}{٢}$+ ٢ هو --------------

٥) إذا كان ظاس = $\frac{٣}{٥}$ ، فإن جتاس = ---------------

السؤال الرابع:- ما قيمة كلاً من بدون استخدام الآلة الحاسبة:-

١) جا ٢٢٥°

----

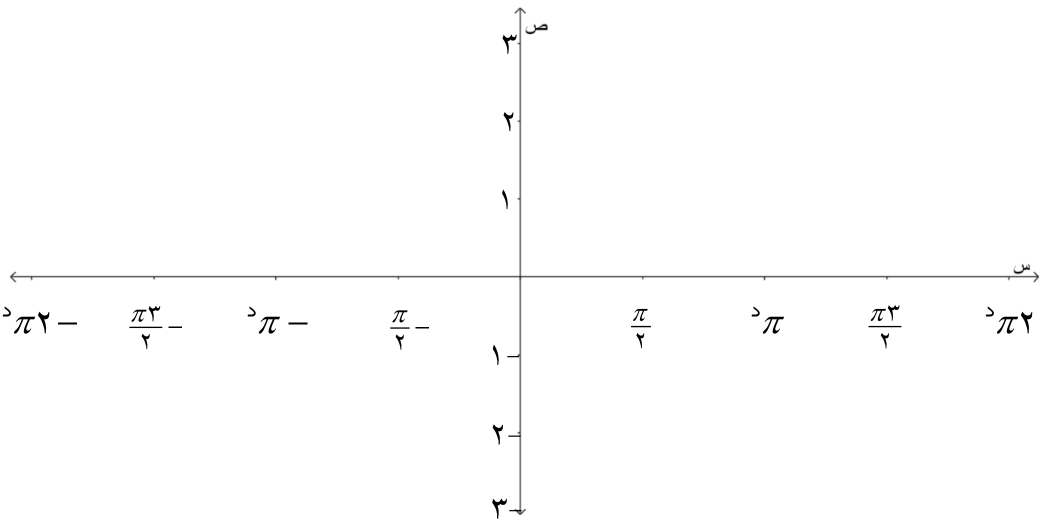
٢) جتا-١٥٠°

السؤال الخامس:- أوجد مجموعة حل المعادلة المثلثية ٤جا^{٢}س −١ = ٠ ، س ∈ [٣٦٠،٠]

السؤال السادس:− أثبت صحة المتطابقة $\frac{١-\text{جتا}٢هـ}{١+\text{جتا}٢هـ}$ = ظا^{٢}هـ

السؤال السابع:− مثل الاقتران ق(س) = جاس ، س ∋ [−٢π،٢π] في المستوى الديكارتي.

قياس الزاوية س	−πد	−$\frac{\pi}{٢}$د	٠د	$\frac{\pi}{٦}$د	$\frac{\pi}{٤}$د	$\frac{\pi}{٣}$د	$\frac{\pi}{٢}$د	πد	$\frac{٣\pi}{٢}$د	٢πد
ق(س) = جاس										



إجابة بطاقة رقم (١)

نشاط (١)

سالبة ، سالبة ، موجبة

نشاط (٢)

−١٤٠° ، −٣٠٠° ، ٧٠°

إجابة بطاقة رقم (٢)

نشاط (١)

١) ∢س في الوضع القياسي .... السبب تحقق الشرطان ....
٢) ∢ص ليست في الوضع القياسي .... السبب ضلع الابتداء لا ينطبق على محور السينات الموجب
٣) ∢ع ليست في الوضع القياسي .... السبب رأس الزاوية ليس نقطة الأصل ....
٤) ∢ل في الوضع القياسي .... السبب تحقق الشرطان ....

إجابة بطاقة رقم (٣)

نشاط (١)

١) الثاني.
٢) الثالث.
٣) الثاني.
٤) الأول.
٥) الثالث.

نشاط (٢)

١) ب
٢) د
٣) ج
٤) ج

إجابة بطاقة رقم (٥)

تدريب (١) :

$\frac{٤}{٣}\pi^{د}$ ، $\frac{-\pi}{٢}^{د}$ ، $\frac{٧}{٣}\pi^{د}$ ، $\frac{-٣}{٤}\pi$.

تدريب (٢) :

١٥٠° ، ١٢٠° ، -٤٥° ، $١٤٣,٢٥^\circ$

إجابة بطاقة رقم (٦)

تدريب (٣):

أ) ٤١٠° ، ٧٧٠° ، -٣١٠° .

ب) $\frac{٧}{٣}\pi^{د}$ ، $\frac{-٥}{٣}\pi^{د}$ ، $\frac{١٣}{٣}\pi^{د}$.

ج) -٢٠٠° تكافئ ١٦٠° (موجبة) ، -٥٦٠° (سالبة).

١٢٠° تكافئ ٤٨٠° (موجبة) ، -٢٤٠° (سالبة).

$\frac{٢}{٣}\pi^{د}$ تكافئ $\frac{٨}{٣}\pi^{د}$ (موجبة) ، $\frac{-٤}{٣}\pi^{د}$ (سالبة).

$\frac{-\pi}{٤}^{د}$ تكافئ $\frac{٧}{٤}\pi^{د}$ (موجبة) ، $\frac{-٩}{٤}\pi^{د}$ (سالبة) .

حل التقويم الختامي : اختر

١) ب ، ٢) ج ، ٣) أ

أكمل :

١) الستيني

٢) $٥٧,٣^\circ$ ، ١٨٠°

٣) -٣٢٤°

٤) $\frac{٣}{٢}\pi^{د}$

إجابة بطاقة رقم (٧)

نشاط (١)

١- ١ ، صفر ، غير معرفة

٢- صفر ، -١ ، صفر .

٣- (٠ ، -١) ، -١ ، صفر ، غير معرفة .

٤- (١ ، ٠) ، صفر ، ١ ، صفر

قياس الزاوية الربعية (ه°)	جاهـ	جتاهـ	ظاهـ
صفر°	صفر	... ١ ...	.. صفر ..
٩٠°	١	صفر	$\frac{١}{صفر}$ قيمة غير معرفة
١٨٠°	.. صفر ..	-١	صفر
٢٧٠°	.. -١ ..	.. صفر ..	.. غير معرفة ..
٣٦٠°	.. صفر ..	... ١ ...	صفر

نشاط (٢)

أجد قيمة الاقترانات المثلثية الأساسية لقياسات الزوايا الآتية :

−٩٠ ° ، ٤٥٠ ° ، ٥ π

الحل :

١− الزاوية − ٩٠° تكافئ الزاوية ٢٧٠ ° (لأن −٩٠ + ٣٦٠ = ٢٧٠)

جا (٢٧٠ °) = −١ ، جتا (٢٧٠ °) = صفر ، ظا (٢٧٠ °) قيمة غير معرفة .

جا (− ٩٠ °) = −١ ، جتا (− ٩٠ °) = صفر ، ظا (− ٩٠ °) قيمة غير معرفة .

٢− الزاوية ٤٥٠ ° تكافئ الزاوية ٤٥٠ ° − ٣٦٠ ° = ٩٠° .

جا (٩٠ °) = ١ ، جتا (٢٧٠ °) = صفر ، ظا (٢٧٠ °) قيمة غير معرفة .

جا (٤٥٠ °) = ١ ، جتا (٤٥٠ °) = صفر ، ظا (٤٥٠ °) قيمة غير معرفة .

٣− الزاوية ٥ π تكافئ الزاوية ٥ π − (٢ × ٢ π) = ٥ π − ٤ π = π .

جا π = صفر ، جتا π = − ١ ، ظا π = صفر

جا ٥ π = صفر ، جتا ٥π = − ١ ، ظا٥ π = صفر

نشاط (٣)

إذا قطع ضلع انتهاء الزاوية التي قياسها هـ° دائرة الوحدة في النقطة أ ($-\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$) فإن :

جاهـ = $\frac{١}{٢}$ ، (لأن الإحداثي الصادي لنقطة تقاطع ضلع انتهائها هو .. $\frac{١}{٢}$ ..)

جتاهـ = ... $-\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ... (لأن الإحداثي السيني لنقطة تقاطع ضلع انتهائها هو $-\frac{\sqrt{٣}}{٢}$)

ظاهـ = .. $\frac{-١}{\sqrt{٣}}$ ... (لأن ظاهـ = $\frac{\text{جاهـ}}{\text{جتاهـ}}$ = $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ = ص ÷ س = $\frac{١}{٢}$ ÷ $-\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ = $\frac{١}{٢}$ × $-\frac{٢}{\sqrt{٣}}$ = $\frac{-١}{\sqrt{٣}}$)

نشاط (٤)

أجد يا صديقي قيمة الاقترانات المثلثية الأساسية للزاوية هـ ، إذا قطع ضلع انتهائها دائرة الوحدة في النقطة :

١- أ ($\frac{-١}{\sqrt{٢}}$ ، $\frac{-١}{\sqrt{٢}}$)

جاهـ = $\frac{-١}{\sqrt{٢}}$ ، جتاهـ = $\frac{-١}{\sqrt{٢}}$ ، ظاهـ = ١ .

٢- ب (-١ ، ٠)

جاهـ = صفر ، جتاهـ = -١ ، ظاهـ = صفر .

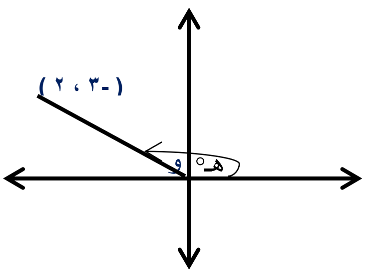
٣- جـ ($\frac{-1}{2}$ ، $\frac{\sqrt{3}}{2}$)

جاهـ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، جتاهـ = $\frac{-1}{2}$ ، ظاهـ = $-\sqrt{3}$.

إجابة بطاقة رقم (٨)

نشاط (١)

في الشكل المجاور ، أجد يا صديقي قيم الإقترانات المثلثية جاهـ ، جتاهـ ، ظاهـ .



الحل :

ر = $\sqrt{(-3)^2 + (2)^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$

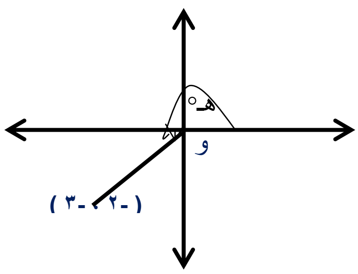
جاهـ = $\frac{\text{ص}}{\text{ر}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$ ، جتاهـ = $\frac{\text{س}}{\text{ر}} = \frac{-3}{\sqrt{13}}$

ظاهـ = $\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{-2}{3}$

نشاط (٢)

في الشكل المجاور ، أجد يا صديقي قيم الإقترانات المثلثية

جاهـ ، جتاهـ ، ظاهـ :



الحل :

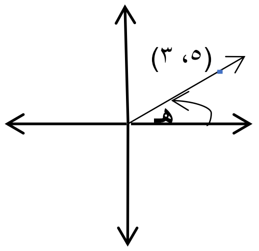
ر = $\sqrt{(-2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$

جاهـ = $\frac{\text{ص}}{\text{ر}} = \frac{-3}{\sqrt{13}}$ ، جتاهـ = $\frac{-2}{\sqrt{13}}$

ظاهـ = $\frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$.

نشاط (٣)

في الشكل المجاور ، أجد يا صديقي قيم الإقترانات المثلثية
جاهـ ، جتاهـ ، ظاهـ :



الحل :

$\text{ر} = \sqrt{(٥)^{٢} + (٣)^{٢}} = \sqrt{٢٥ + ٩} = \sqrt{٣٤}$

$\text{جاهـ} = \frac{\text{ص}}{\text{ر}} = \frac{٣}{\sqrt{٣٤}}$ ، $\text{جتاهـ} = \frac{٥}{\sqrt{٣٤}}$

$\text{ظاهـ} = \frac{٣}{٥}$.

إجابة بطاقة رقم (٩)

نشاط (١)

أحدد إشارة ما يأتي :

الاقتران	إشارته	السبب
جا ٦٠°	موجبة	لأن الزاوية ٦٠° تقع في الربع الأول ، تكون جميع إشارة الإقترانات المثلثية الأساسية موجبة ، لذا تكون إشارة الاقتران جا ٦٠° موجبة .
ظا ١٣٥°	سالب	لأن الزاوية ١٣٥° تقع في الربع الثاني ، تكون إشارة جاهـ فقط الموجبة ، بمعنى تكون إشارة الاقتران ظا ١٣٥° سالبة .
جتا٢٤٠°	.. سالب ..	لأن الزاوية ٢٤٠° تقع في الربع الثالث ، تكون إشارة الاقتران جتا٢٤٠° سالبة .
جا١٦٠°	.. موجب ..	لأن الزاوية ١٦٠° تقع في الربع الثاني ، تكون إشارة الاقتران جا١٦٠° موجبة .
جتا ١٣٥°	.. سالب ..	لأن الزاوية ١٣٥° تقع في الربع الثاني ، تكون إشارة الاقتران سالبة
ظا ١٧°	.. موجب ..	لأن الزاوية ١٧° تقع في الربع الأول ، تكون إشارة الاقتران ظا ١٧° موجبة .
جتا٣٣٠°	.. موجب ..	لأن الزاوية ٣٣٠° تقع في الربع الرابع ، تكون إشارة الاقتران جتا٣٣٠° موجبة .

إجابة بطاقة رقم (١٠)

نشاط (١)

أجد يا عزيزي قيمة ٢جا٣٠° جتا٣٠° وأقارنه بقيمة جا٦٠°

الحل:

٢جا٣٠° جتا٣٠° = ٢ × $\frac{١}{٢}$ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$.

جا٦٠° = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$.

نلاحظ أن : جا٦٠° = جا(٢ × ٣٠°) = ٢جا٣٠° جتا٣٠° .

نشاط (٢)

أجد يا عزيزي قيمة ٢جا٤٥° جتا٤٥° وأقارنه بقيمة جا٩٠° .

الحل:

٢جا٤٥° جتا٤٥° = ٢ × $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ × $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ = $\frac{٢}{٢}$ = ١ .

جا٩٠° = ١ .

نلاحظ أن : جا٩٠° = جا(٢ ×٤٥ °) = ٢جا٤٥° جتا٤٥° .

نشاط (٣)

أجد قيمة جا $\frac{\pi}{٨}$ جتا $\frac{\pi}{٨}$.

الحل :

نلاحظ عدم وجود (٢) لكي نطبق القاعدة ، لذا يا مفكر نقوم بالضرب في $\frac{١}{٢}$ × ٢ ليصبح على الشكل

$\frac{١}{٢}$ × ٢ جا $\frac{\pi}{٨}$ جتا $\frac{\pi}{٨}$ = $\frac{١}{٢}$ (٢ جا $\frac{\pi}{٨}$ جتا $\frac{\pi}{٨}$) = $\frac{١}{٢}$ × جا (٢$\frac{\pi}{٨}$)

= $\frac{١}{٢}$ جا $\frac{\pi}{٤}$ = $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ = $\frac{١}{٢\sqrt{٢}}$

نشاط (٤)

أجد يا عزيزي قيمة جتا^{٢} ٣٠° − جا^{٢} ٣٠° وقارنه بقيمة جتا ٦٠°.

الحل:

جتا^{٢} ٣٠° − جا^{٢} ٣٠° = $\left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^{٢} - \left(\frac{١}{٢}\right)^{٢} = \frac{٣}{٤} - \frac{١}{٤} = \frac{١}{٢}$

جتا (٢ × ٣٠°) = جتا ٦٠° = $\frac{١}{٢}$

نلاحظ يا صديقي أن : جتا ٦٠° = جتا^{٢} ٣٠° − جا^{٢} ٣٠°

نشاط (٥)

أجد يا عزيزي قيمة جتا^{٢} ٤٥° − جا^{٢} ٤٥° وأقارنه بقيمة جتا ٩٠°

الحل:

جتا^{٢} ٤٥° − جا^{٢} ٤٥° = $\left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^{٢} - \left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^{٢} = \frac{١}{٢} - \frac{١}{٢}$ = صفر

جتا (٢ × ٤٥°) = جتا ٩٠° = صفر

نلاحظ يا صديقي أن : جتا ٩٠° = جتا^{٢} ٤٥° − جا^{٢} ٤٥°

نشاط (٦)

أجد جتا^{٢} ١٥° − جا^{٢} ١٥° دون استخدام الحاسبة .

الحل :

جتا^{٢} ١٥° − جا^{٢} ١٥° = جتا (٢ × ١٥°) = جتا ٣٠° = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$.

نشاط (٧)

أ زاوية منفرجة بحيث جتاأ = $\frac{-٤}{٥}$ ، أجد قيمة جتا ٢أ.

الحل :

جتا ٢أ = ٢ جتا^{٢} أ − ١ = ٢ × $\left(\frac{-٤}{٥}\right)^{٢}$ − ١ = ٢ × $\frac{١٦}{٢٥}$ − ١ = $\frac{٣٢}{٢٥} \times \frac{٢٥}{٢٥} = \frac{٧}{٢٥}$

حل أخر :

باستخدام المتطابقة جا^{٢} أ + جتا^{٢} أ = ١ .

جا^{٢} أ + $\left(\frac{-٤}{٥}\right)^{٢}$ = ١ ⟸ جا^{٢} أ = ١ − $\frac{١٦}{٢٥}$ ⟸ جا^{٢} أ = $\frac{٩}{٢٥}$ ⟸ جا أ = ± $\frac{٣}{٥}$

الزاوية أ منفرجة تقع في الربع الثاني (تكون إشارة جاأ موجبة) لذا جاأ = $\frac{٣}{٥}$

لإيجاد قيمة جتا ٢أ = جتا^{٢} أ − جا^{٢} أ نعوض قيمة جتا أ ، جا أ وينتج :

جتا٢أ= $(\frac{-٤}{٥})^٢ - (\frac{٣}{٥})^٢ = \frac{١٦}{٢٥} - \frac{٩}{٢٥} = \frac{٧}{٢٥}$.

نشاط (٨)

أجد قيمة ما يأتي دون استخدام الحاسبة :

١- ٢جتا^٢ ٢٢,٥ ° − ١ .

٢- ١ − ٢ جا^٢ $\frac{\pi}{٦}$.

٣- ٦جا $\frac{\pi}{١٢}$ جتا $\frac{\pi}{١٢}$

الحل :

١- ٢جتا^٢ ٢٢,٥ ° − ١ = جتا (٢ × $\frac{١}{٢}$ ٢٢) = جتا ٤٥ ° = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

٢- ١ − ٢ جا^٢ $\frac{\pi}{٦}$ = جتا (٢ × $\frac{\pi}{٦}$) = جتا $\frac{\pi}{٣}$ = $\frac{١}{٢}$. (جتا $\frac{\pi}{٣}$ بالتقدير الدائري = جتا ٦٠ °)

٣- ٦ جا $\frac{\pi}{١٢}$ جتا $\frac{\pi}{١٢}$ = ٣ × ٢ جا $\frac{\pi}{١٢}$ جتا $\frac{\pi}{١٢}$ = ٣ جا (٢ × $\frac{\pi}{١٢}$)

= ٣ جا $\frac{\pi}{٦}$ = ٣ × $\frac{١}{٢}$ = $\frac{٣}{٢}$. (جا $\frac{\pi}{٦}$ بالتقدير الدائري = جا ٣٠ °)

إجابة بطاقة رقم (١١)

نشاط (١)

أجد قياس زاوية الأسناد للزوايا التي قياسها ما يأتي :

٢٢٥°، $\frac{٢\pi}{٣}$ ، − ١٥٠°، $\frac{٣\pi}{٤}$ ، ٢١٠° .

الحل :

١. الزاوية ٢٢٥° تقع في الربع الثالث ولإيجاد زاوية الإسناد نستخدم القاعدة هـ − ١٨٠°

هـَ = ٢٢٥° − ١٨٠° = ٤٥° .

٢. الزاوية $\frac{٢\pi}{٣}$ تقع في الربع الثاني ولإيجاد زاوية الإسناد نستخدم القاعدة π − هـ

هـَ = π − $\frac{٢\pi}{٣}$ = $\frac{٣\pi}{٣}$ − $\frac{٢\pi}{٣}$ = $\frac{\pi}{٣}$

٣. الزاوية − ١٥٠° تكافئ الزاوية −١٥٠ ° + ٣٦٠ ° = ٢١٠ ° تقع في الربع الثالث

هـ′ = ٢١٠ ° − ١٨٠ ° = ٣٠ ° .

٤. الزاوية $\frac{٣\pi}{٤}$ تقع في الربع الثاني ولإيجاد زاوية الإسناد نستخدم القاعدة π − هـ

هـ′ = $\pi - \frac{٣\pi}{٤} = \frac{٤\pi}{٤} - \frac{٣\pi}{٤} = \frac{\pi}{٤}$

نشاط (٢)

أجد يا صديقي قيمة جتا ٢٤٠° .

الحل :

الزاوية في الوضع القياسي والتي قياسها ٢٤٠° تقع في الربع .... الثالث....

إشارة جتا٢٤٠° ..سالبة... .

قياس زاوية الإسناد هـ′ = ٢٤٠° − ١٨٠° = ٦٠° .

جتا٢٤٠° = − جتا ٦٠° = − $\frac{١}{٢}$.

نشاط (٣)

أجد يا صديقي قيمة جا ٢٢٥° .

الحل :

الزاوية في الوضع القياسي والتي قياسها ٢٢٥° تقع في الربع ..الثالث..

إشارة جا٢٢٥° ... سالبة.. .

قياس زاوية الإسناد هـ′ = ٢٢٥° − ١٨٠° = ٤٥° .

جا٢٢٥° = − جا ٤٥° = − $\frac{١}{\sqrt{٢}}$.

نشاط (٤)

أجد يا صديقي قيمة جا −٣٠° .

الحل :

الزاوية في الوضع القياسي والتي قياسها −٣٠° تقع في الربع ..الرابع.. (يمكن إيجاد زاوية مكافئة موجبة للزاوية −٣٠° بمعنى −٣٠° تكافئ −٣٠° + ٣٦٠° = ٣٣٠°) .

إشارة جا−٣٠° ..سالبة.. . ، قياس زاوية الإسناد هـ′ = ٣٦٠° − ٣٣٠° = ٣٠°

جا−٣٠° = − جا ٣٠° = − $\frac{١}{٢}$.

نشاط (٥)

أجد يا صديقي قيمة ظا $\frac{3\pi}{4}$.

الحل :

الزاوية في الوضع القياسي والتي قياسها $\frac{3\pi}{4}$ تقع في الربع .. الثاني..

إشارة ظا $\frac{3\pi}{4}$ .. سالبة .. .

قياس زاوية الإسناد هـ´ $= \pi - \frac{3\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$

ظا $\frac{3\pi}{4}$ = − ظا$\frac{\pi}{4}$ = −١ .

حل أخر لنشاط (٥) :

بالتحويل من القياس الدائري إلى القياس الستيني

الزاوية $\frac{3\pi}{4}$ = $\frac{180 \times 3}{4}$ = ١٣٥° تقع في الربع الثاني ،وإشارة ظا ١٣٥° سالبة

زاوية الإسناد = ١٨٠° − ١٣٥° = ٤٥°

ظا١٣٥° = − ظا٤٥° = − ١ .

نشاط (٦)

أجد يا صديقي قيمة ظا $\frac{2\pi}{3}$

الحل :

الزاوية في الوضع القياسي والتي قياسها $\frac{2\pi}{3}$ تقع في الربع .. الثاني..

إشارة ظا $\frac{2\pi}{3}$ .. سالبة .. .

قياس زاوية الإسناد هـ´ $= \pi - \frac{2\pi}{3} = \frac{3\pi}{3} - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$.

ظا $\frac{2\pi}{3}$ = − ظا$\frac{\pi}{3}$ = − $\sqrt{3}$.

إجابة بطاقة رقم (١٢)

الإجابة النشاط (١)

١) ✓ ٢) ✗ ٣) ✗ ٤) ✓ ٥) ✗ ٦) ✓ ٧) ✗ ٨) ✓

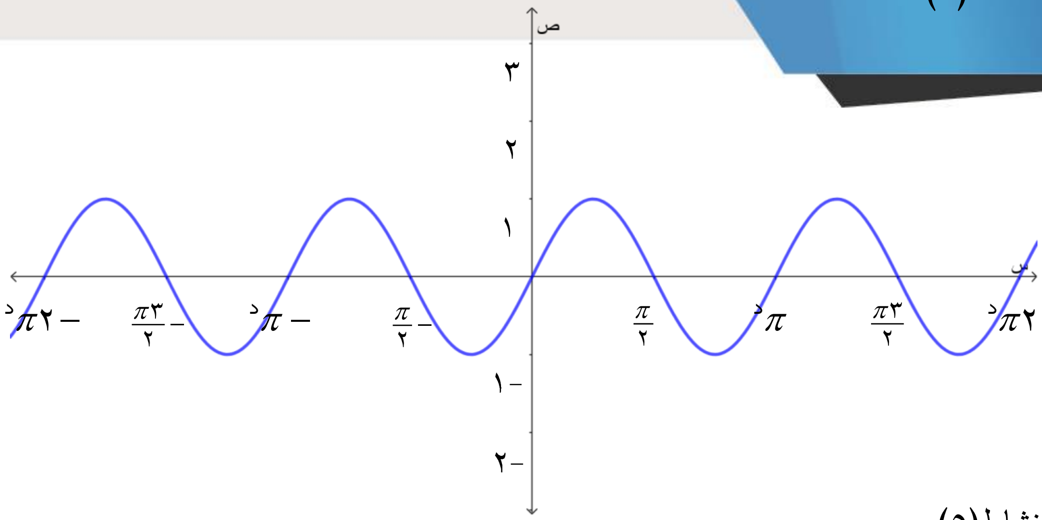
النشاط (٢)

١) أ ٢) ب ٣) أ ٤) ب ٥) ب ٦) ب

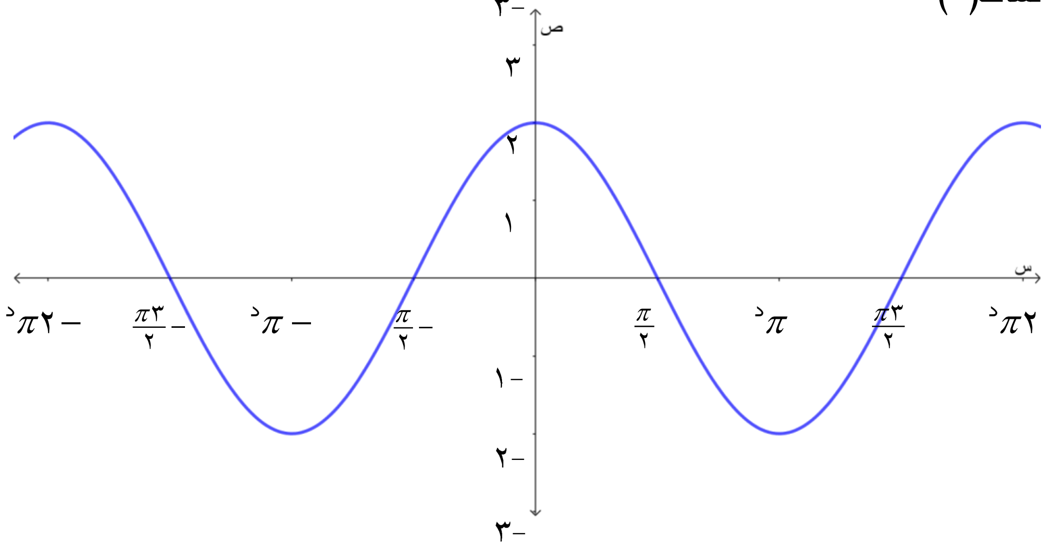
النشاط(٣)

١) ١ ٢) −١ ٣) 2π ٤) لا يوجد لها سعة ٥) ح − {$\frac{\pi}{2}$+نπ ، ن∈ص} ٦) [−١ ، ١]

جواب نشاط (٤)



جواب نشاط(٥)



إجابة بطاقة رقم (١٣)

نشاط (١):

١) ✓ ٢) ✗ ٣) ✓ ٤) ✗ ٥) ✓ ٦) ✗

نشاط (٢):

١) ج ٢) ج ٣) أ ٤) أ ٥) ب ٦) ب

النشاط(٣)

١) ٢ ٢) −٢ ٣) ١٠π ٤) ١ ٥) ح ٦) [١ ، ٥]

نشاط (٤)

ق(س)= ٣ جتا س + ٢ أو ق(س)= −٣جتاس + ٢

إجابة بطاقة رقم (١٤)

نشاط (١): باستخدام المتطابقة جا٢ هـ + جتا٢ هـ = ١، اثبت أن ظتا٢هـ +١= قتا٢ هـ

الحل: جا٢ هـ + جتا٢ هـ =١، نقسم الطرفين على جا٢ هـ، $\frac{\text{جا}^2\text{هـ}}{\text{جا}^2\text{هـ}} + \frac{\text{جتا}^2\text{هـ}}{\text{جا}^2\text{هـ}} = \frac{1}{\text{جا}^2\text{هـ}}$

ينتج أن: ١+ ظتا٢ هـ = قتا٢ هـ.

نشاط (٢): اثبت أن: $\frac{1+\text{ظا}^2\text{هـ}}{1+\text{ظتا}^2\text{هـ}} = \text{ظا}^2\text{هـ}$.

الحل: الطرف الأيمن $\frac{1+\text{ظا}^2\text{هـ}}{1+\text{ظتا}^2\text{هـ}} = \frac{\text{قا}^2\text{هـ}}{\text{قتا}^2\text{هـ}} = \frac{\frac{1}{\text{جتا}^2\text{هـ}}}{\frac{1}{\text{جا}^2\text{هـ}}} =$

$\frac{1}{\text{جتا}^2\text{هـ}} \times \frac{\text{جا}^2\text{هـ}}{1} = \text{ظا}^2\text{هـ}$ = الطرف الأيسر

نشاط (٣): اثبت صحة المتطابقة $\frac{١-جتاهـ}{١+جتاهـ} = \left(\frac{١-جتاهـ}{جاهـ}\right)^{٢}$

الحل: الطرف الأيمن $= \frac{١-جتاهـ}{١+جتاهـ} \times \frac{١-جتاهـ}{١-جتاهـ}$ بضرب البسط والمقام في (١ − جتا هـ)

$= \frac{(١-جتاهـ)^{٢}}{١-جتا^{٢}هـ}$ ، (تذكر أن ١ − جتا^{٢} هـ = جا^{٢} هـ)

$= \frac{(١-جتاهـ)^{٢}}{جا^{٢}هـ} = \left(\frac{١-جتاهـ}{جا^{٢}هـ}\right)^{٢}$ = الطرف الأيسر.

إجابة بطاقة رقم (١٥)

نشاط (١): حل المعادلة ظا^{٢} س + ١=٢، صفر $\leq$ س $\leq$ ٢π.

الحل: ظا^{٢} س= ٢−١، ظا^{٢} س = ١، ظا س = $\pm$١، إذن زاوية الإسناد= ٤٥$^{\circ}$

ظا س موجبة في الربع الأول والثالث، س = ٤٥، س= ١٨٠+٤٥= ٢٢٥

ظا س سالب في الربع الثاني والرابع، س = ١٨٠−٤٥=١٣٥، ٣٦٠−٤٥=٣١٥

مجموعة الحل= {٤٥، ١٣٥، ٢٢٥، ٣١٥} = $\{ \frac{\pi}{٤} ، \frac{٣\pi}{٤} ، \frac{٥\pi}{٤} ، \frac{٧\pi}{٤} \}$.

نشاط (٢): ما مجموعة حل المعادلة ٢ جتا^{٢} س − ١ = صفر، صفر $\leq$ س $\leq$ ٢π.

الحل: ٢ جتا^{٢} س = ١، $\frac{٢جتا^{٢}هـ}{٢} = \frac{١}{٢}$ ، جتا هـ = $\pm \frac{١}{\sqrt{٢}}$ ، زاوية الإسناد= ٤٥$^{\circ}$

جتا س موجبة في الربع الأول والربع الرابع

س = ٤٥$^{\circ}$، س = ٣٦٠ −٤٥ = ٣١٥

جتا س سالبة في الربع الثاني والربع الثالث

س = ١٨٠ −٤٥ = ١٣٥، س = ١٨٠+٤٥ = ٢٢٥

مجموعة الحل = {٤٥، ١٣٥، ٢٢٥، ٣١٥} = $\{ \frac{\pi}{٤} ، \frac{٣\pi}{٤} ، \frac{٥\pi}{٤} ، \frac{٧\pi}{٤} \}$.

نشاط (٣): ما مجموعة حل المعادلة ٢ جا^{٢} س+ جا س= صفر، صفر ≤ س ≤ ٢π.

الحل: جا س (٢ جا س +١) = صفر،   بإخراج جاس عامل مشترك

إما جاس= ٠، أو ٢ جاس + ١=٠

جاس = صفر، س زاوية ربعية، س=٠، س ١٨٠، س= ٣٦٠

٢ جا س +١= صفر، ٢ جاس = −١، جاس = $-\frac{١}{٢}$، زاوية الإسناد =٣٠

جاس سالبة في الربع الثالث والربع الرابع

س = ١٨٠+٣٠= ٢١٠، س=٣٦٠− ٣٠= ٣٣٠

مجموعة الحل= {٠، ١٨٠، ٣٦٠، ٢١٠، ٣٣٠} = {٠، π، ٢π، $\frac{٧\pi}{٦}$، $\frac{١١\pi}{٦}$}

والآن انتهينا من الوحدة الرابعة والتي لها علاقة بالاقترانات المثلثية، وهيا بنا عزيزي الطالب ننتقل إلى الوحدة الخامسة وهي وحدة الهندسة

بطاقة رقم (١٦)

تنصيف القطعة المستقيمة

الأهداف	- ينصف أي قطعة مستقيمة معطاة باستخدام الحافة المستقيمة و الفرجار.

تلخيص المحتوى:

الهندسة الإنشائية: إحدى تخصصات الهندسة المدنية تهتم بدراسة المنشآت التي تدعم وتقاوم الأحمال.

الإنشاء الهندسي: هو رسم الأشكال والزوايا بدقة باستخدام الحافة المستقيمة والفرجار فقط.

- يمكن إثبات أي إنشاء هندسي بأدلة وبراهين رياضية.

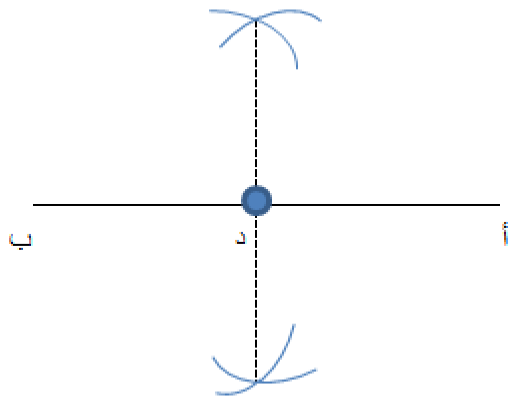
- خطوات تنصيف القطعة المستقيمة $\overline{\text{أب}}$ باستخدام الحافة المستقيمة و الفرجار:

١- أفتح الفرجار فتحة أكبر من نصف طول القطعة المستقيمة.

٢- أثبت الفرجار على النقطة (أ) و أرسم قوسين صغيرين أحدهما لأعلى و الآخر لأسفل.

٣- أُثبت الفرجار على النقطة (ب) و أرسم قوسين آخرين يقطعان القوسين الأولين .

٤- أصل بين نقطتي تقاطع الاقواس فتكون (د) نقطة تقاطع الخط المار بهما مع القطعة المستقيمة هي منتصف القطعة كما في الشكل.

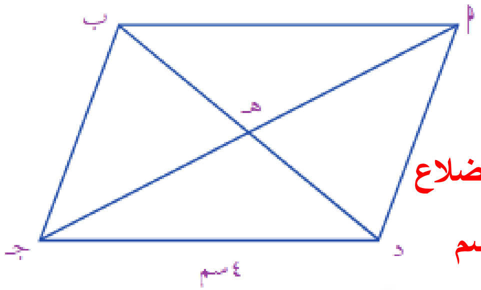


عزيزي الطالب قم بتنصيف القطعة المستقيمة التالية حسب الخطوات

الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١)

أجدُ محيطَ المثلث جـ ب هـ في متوازي الأضلاع المجاور، إذا علمت أنّ ب د = ٤سم.

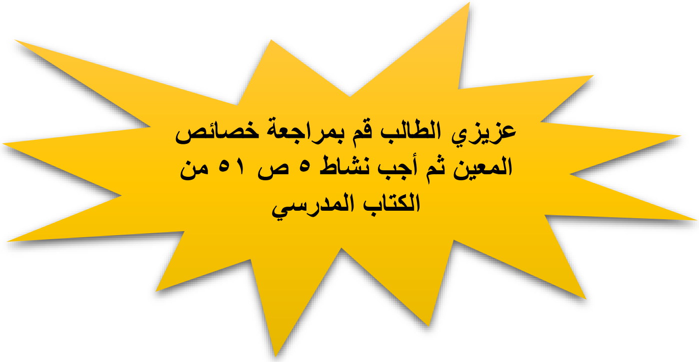


هـ أ = ٣سم   أ د = ٣ سم

ب هـ = ...٢ سم... ؛ لأنّ هـ هي نقطة منتصف القطعة

ب جـ = أ د= ٣ سم ، أ هـ =هـ جـ = ٣ سم..من خصائص متوازي الأضلاع

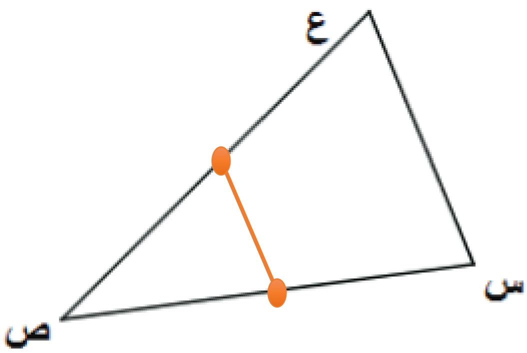
محيط المثلث = **ب هـ + هـ جـ + ب جـ = ٢ + ٣ + ٣ = ٨سم**



اسئلة محلولة

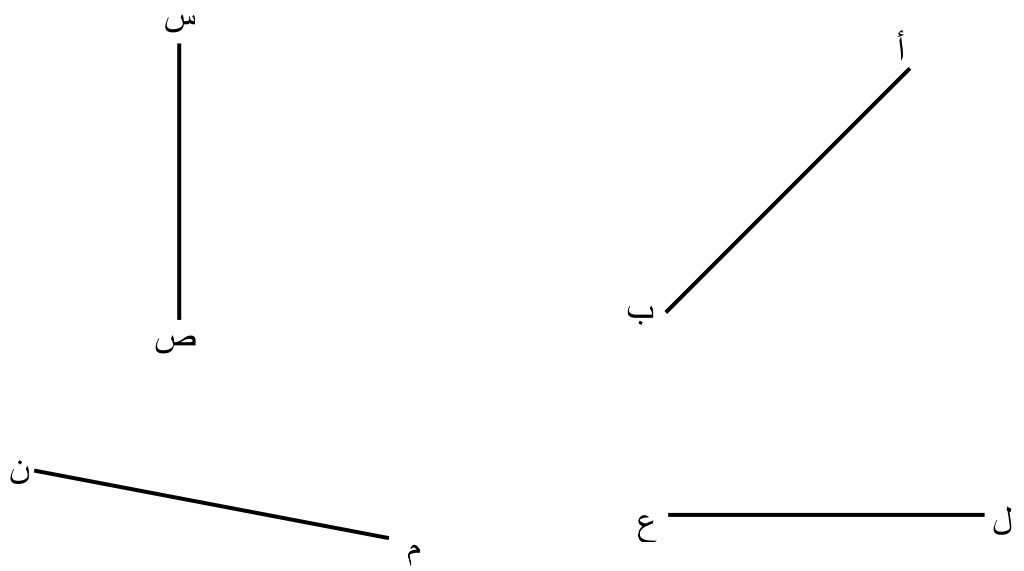
حل السؤال (١) ص ٥٥ من الكتاب المدرسي:

الحل/ أختار ضلعين من أضلاع المثلث و أقوم بتنصيفهما حسب الخطوات الواردة سابقا و أصل بين منتصفيهما و أتحقق من النظرية بالقياس باستخدام المسطرة ، سنقوم باختيار الضلعين س ص ، ص ع



أنصف القطع المستقيمة الآتية:

تدريب:



إرشادات للطالب: عزيزي الطالب يمكنك الاستعانة بالروابط التالية :

للمشاهده إضغط هنا		للمشاهده إضغط هنا	

الأهداف	- ينصف أي زاوية معطاة باستخدام الحافة المستقيمة و الفرجار.

تلخيص المحتوى:

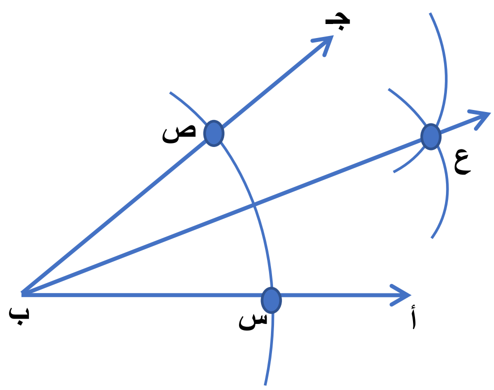
- خطوات تنصيف الزاوية أ ب جـ باستخدام الحافة المستقيمة و الفرجار:

١- افتح الفرجار فتحة مناسبة و اثبت رأس الفرجار على رأس الزاوية ب و أرسم قوسا يقطع ضلعي الزاوية في النقطتين س ، ص .

٢- أثبت الفرجار عند النقطة س و أرسم قوسا بفتحة مناسبة .

٣- أثبت الفرجار عند النقطة ص و أرسم قوسا آخر بنفس الفتحة ليقطع القوس الاول في النقطة ع .

٤- يكون الشعاع ب ع منصف الزاوية أ ب جـ.



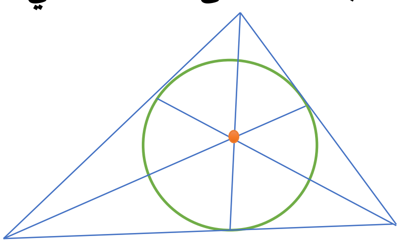
الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١)

حل السؤال (٢) ص ٥٥ من الكتاب المدرسي :

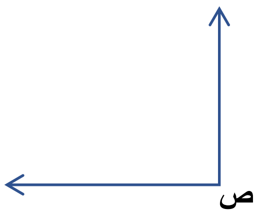
(٢) مُنصّفات زوايا المثلث تتلاقى في نقطةٍ واحدة، وهي مركز للدائرة المرسومة داخل المثلث. أرسمُ شكلاً هندسيّاً باستخدام الحافة المستقيمة والفرجار يوضّحُ ذلك.

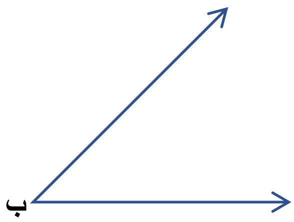
الحل/ أرسم أي مثلث و أقوم بتنصيف جميع زواياه حسب الخطوات السابقة ، فتتلاقى المنصفات في نقطة هي مركز الدائرة المرسومة داخل المثلث كما هو موضح في الشكل .

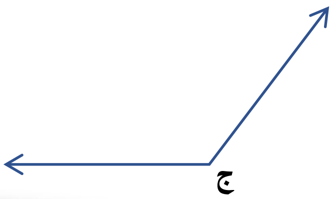


تدريب

أنصف الزوايا الآتية:







إرشادات للطالب: عزيزي الطالب يمكنك الاستعانة بالروابط التالية :

للمشاهده إضغط هنا		للمشاهده إضغط هنا	

بطاقة رقم (١٨) القطعة المتوسطة في المثلث

الأهداف	
	١- يعرف القطعة المستقيمة في مثلث. ٢- يذكر العلاقة النسبية بين أطوال القطعة المتوسطة في مثلث .

تلخيص المحتوى:

- تعريف القطعة المتوسطة في مثلث :

أتعلم: القطعة المتوسّطة في المُثَلَّث هي القطعة المستقيمة الواصلة بين أحد رؤوس المُثَلَّث ومنتصف الضِّلْع المقابل له.

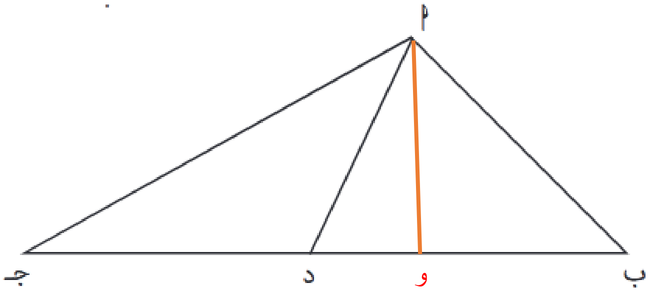
- العلاقة بين القطع المتوسطة لمثلث :

أتعلم: تتقاطع القطع المتوسّطة للمُثَلَّث في نقطة واحدة.
نقطة تقاطع القطع المتوسّطة، تُقَسِّمُ كلُّ قطعة منها بنسبة ٢ : ١ من جهة أي رأس.

ملاحظة/ القطعة المتوسطة تقسم المثلث إلى مثلثين متساويين في المساحة .

الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١)



القطعة المتوسطة في المثلث

أرسم المثلث ﺃ ب جـ.

أنصف الضِّلْع ب جـ بالنُّقطة د ،

وأصل بين أ ، د ، فيكون ب د = د جـ

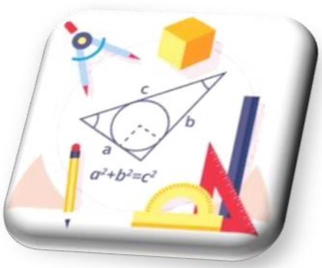
مِساحة المُثَلَّث = $\frac{1}{2}$ × طول القاعدة × الارتفاع

مِساحة المُثَلَّث أ ب د = $\frac{١}{٢}$ × ب د × أ و

مِساحة المُثَلَّث أ جـ د = $\frac{١}{٢}$ × دجـ × أ و

ما العلاقة بين مِساحة المُثَلَّثين؟

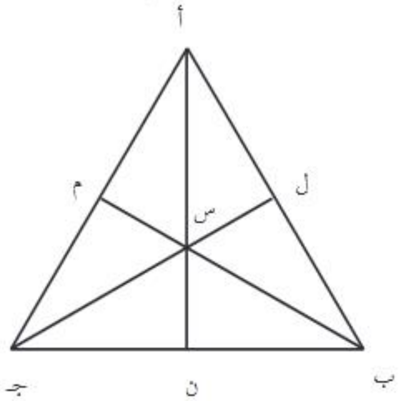
المساحتان متساويتان ، لأن ب د = د جـ ، و هما قاعدتا المثلثان ، أ و ارتفاع مشترك



نشاط (٢)

في المُثَلَّث المجاور:

المُثَلَّث أ ب جـ ، فيه: ل منتصف أ ب، ن منتصف ب جـ، م منتصف أ جـ ،



س جـ = ٨ سم، س م = ٣ سم.

جـ س : ل س = ٢ : ١

ل س = ٤ سم .

ب س = ___٦___ سم.

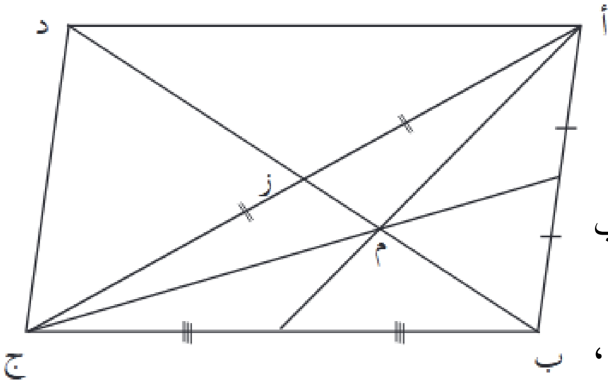
حيث أن النسبة م س : ب س = ٢ : ١ ،

طول م س =٣سم إذا طول ب س = ٦سم

نشاط (٣)

أب جـ د متوازي أضلاع، إذا كانت ز نقطة تقاطع القطرين، ب د = ٢٤ سم، م نقطة تلاقي القطع المتوسّطة للمُثَلَّث أ ب جـ ،

أجِدُ م ز .



الحل/ بما أن ب د = ٢٤ ، ز نقطة تقاطع قطري متوازي الاضلاع حسب خصائص متوازي الاضلاع ز منتصف ب د ، إذاً ب ز =١٢.

بما أن م نقطة تلاقي القطع المتوسطة في المثلث أ ب ج ،

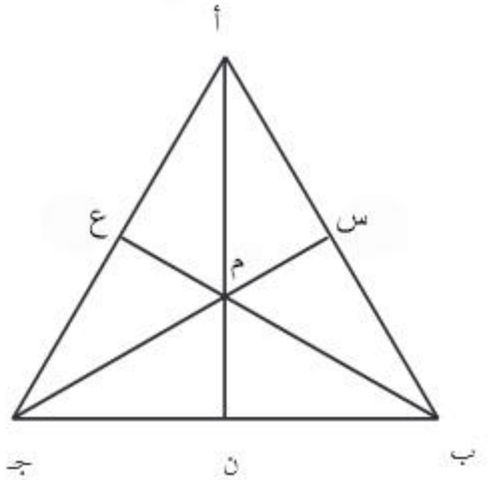
إذاً م ز : م ب = ١: ٢

نفرض طول م ز = س ، إذاً طول ب م = ٢س.

س+٢س = ١٢

٣س =١٢

س=٤ = م ز



تدريب

في المثلث أ ب ج فيه س منتصف أ ب

ع منتصف أ ج ، ص منتصف ب ج

طول م ج = ١٢ سم ، طول م ع = ٤ سم

أجد طول م س ، ب ع

إرشادات للطالب:

عزيزي الطالب يمكنك مشاهدة الفيديو التالي من الدقيقة ٢٠ حتى ٣٤ ، و من الدقيقة ٤٨ حتى ٥١ :

للمشاهده إضغط هنا

اختبر نفسك

السؤال (١)

- أمامك قطعة مستقيمة قم بتنصيفها.

السؤال (٢)

- قم بتنصييف الزاوية التالية

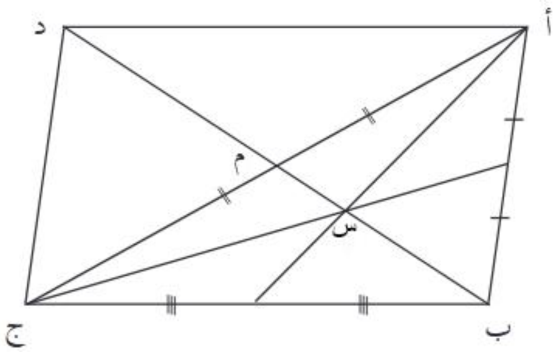
السؤال (٣)

أ ب ج د متوازي أضلاع

إذا كانت م نقطة تقاطع القطرين ، طول ب د = ٣٦ سم

س نقطة تلاقي القطع المتوسطة للمثلث أ ب ج

أجد طول س م



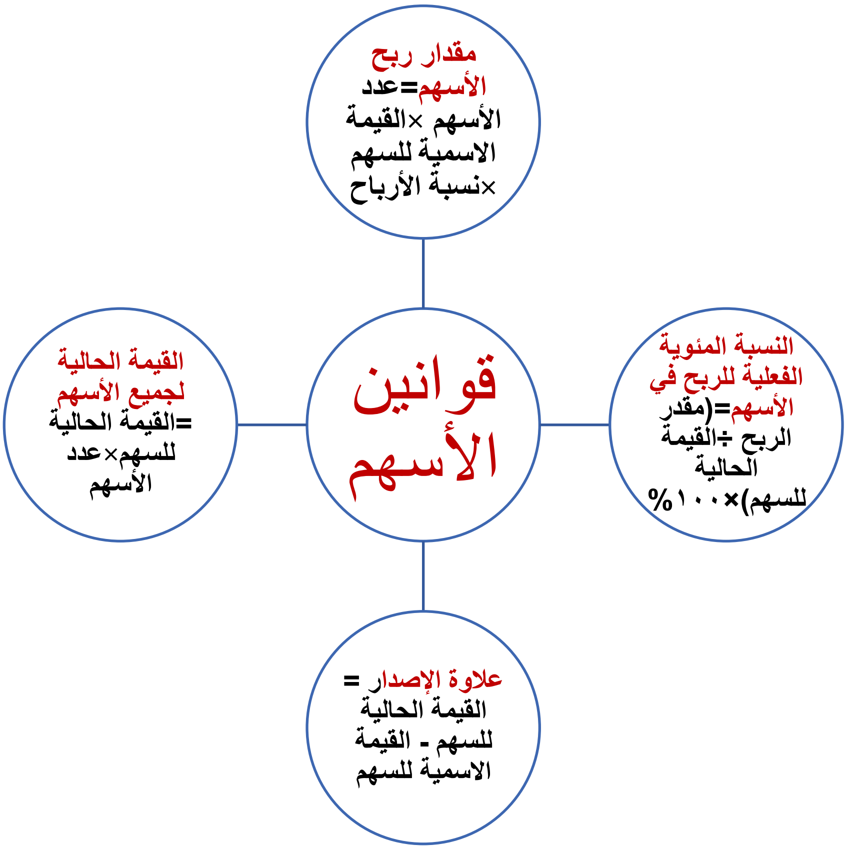
الأهداف	١- يتعرف إلى مفهوم السهم ٢- يجد مقدار ربح السهم ٣-يجد النسبة المئوية الفعلية للربح في الأسهم

تلخيص المحتوى:

المفهوم	شركة مساهمة	السهم	القيمة الإسمية للسهم	القيمة الحالية للسهم
التعريف	شركة يقسم رأس المال فيها إلى أسهم قابلة للتداول وللشركة كيان قانوني مستقل عن جملة أسهمها أي أن لها شخصية اعتبارية مستقلة عن أصحاب حقوق الملكية.	عبارة عن صك يثبت أن لحاملة حصة في ملكية أصول شركة مساهمة معينة إضافة إلى حقه في نسبة أرباحها	قيمة السهم عند الشراء وهي القيمة التي تظهر في الدفاتر المحاسبية وعلى شهادة السهم.	قيمة السهم في السوق المالي لحظة التداول .

ملاحظة : يعتمد في حساب الأرباح في الأسهم على الربح البسيط.

الربح البسيط=المبلغ ×سعر الفائدة ×عدد السنوات



الأنشطة والتدريبات:

نشاط (١)

يمتلك عمر ٢٠٠٠سهم في شركة الاتصالات الفلسطينية قيمة السهم الاسمية ٥ دنانير وزعت الشركة آخر العام أرباحا بنسبة ١٠% أحسب ربح عمر في نهاية العام .

الحل:

عدد الأسهم = ٢٠٠٠ سهم ، القيمة الاسمية للسهم =٥ دنانير ، نسبة الأرباح=١٠%= $\frac{١٠}{١٠٠}$ = ٠,١، الربح=؟؟؟

مقدار ربح الأسهم=عدد الأسهم ×القيمة الاسمية للسهم ×نسبة الأرباح

=٢٠٠٠×٥×٠,١=١٠٠٠دينار

تدريب (١)

حل س ٣ صفحة ٨٧ من الكتاب المدرسي

نشاط (٢)

يمتلك جابر ٥٠٠سهم في مصنع للرخام قيمة السهم الاسمية دينار وقيمته الحالية دينار ونصف فإذا وزع المصنع آخر العام أرباحا بنسبة ٢٠% أرباحا في احدى السنوات أحسب :

أ)<u>مقدار ربح جابر</u>

الحل:

عدد الأسهم =٥٠٠ سهم ، القيمة الإسمية للسهم =١ دينار ، نسبة الأرباح=٢٠%= $\frac{٢٠}{١٠٠}$ =٠,٢، الربح =؟؟؟

مقدار ربح الأسهم=عدد الأسهم ×القيمة الإسمية للسهم ×نسبة الأرباح

=٥٠٠×١×٠,٢=١٠٠دينار

ب) <u>القيمة الحالية لأسهم جابر</u>

الحل:

القيمة الحالية للسهم الواحد =١,٥ دينار ، عدد الأسهم =٥٠٠

القيمة الحالية لجميع الأسهم =القيمة الحالية للسهم×عدد الأسهم

=١,٥×٥٠٠=٧٥٠ دينار

ج) <u>النسبة المئوية الفعلية للربح</u>

الحل:

النسبة المئوية الفعلية للربح في الأسهم= (مقدر الربح ÷القيمة الحالية للسهم)×١٠٠%

= (١٠٠÷٧٥٠)×١٠٠%≈١٣,٣%

تدريب (٢)

حل س ١ صفحة ٨٧ من الكتاب المدرسي .

نشاط (٢)

اشترى خالد ١٠٠٠سهم من شركة الكامل لمواد البناء بقيمة اسمية ٥دنانير للسهم فإذا كانت الأرباح المستحقة له في نهاية سنتين بحساب الربح البسيط هي ٩٠٠ دينار أجد معدل الفائدة السنوي الذي حددته الشركة .

الحل:

عدد الأسهم =١٠٠٠ سهم ، القيمة الاسمية للسهم =٥ دنانير ،مقدار الربح خلال سنتين= ٩٠٠دينار ،

نسبة الفائدة =نسبة الأرباح=؟؟؟

مقدار الربح السنوي =الربح خلال سنتين ÷عدد السنوات

= ٩٠٠÷٢=٤٥٠ دينار

مقدار ربح الأسهم=عدد الأسهم ×القيمة الاسمية للسهم ×نسبة الأرباح

٤٥٠ = ١٠٠٠×٥×نسبة الفائدة (الأرباح)

نسبة الفائدة =(٤٥٠÷٥٠٠٠)=٠,٠٩

=٠,٠٩×١٠٠%=٩%

التقويم الختامي

أولا: أضع علامة (√)أمام العبارة الصحيحة وعلامة (×) أمام العبارة الخاطئة :

- (   ) الربح البسيط للمبلغ=المبلغ×سعر الفائدة ×عدد السنوات.
- (   ) القيمة الحالية للأسهم =عدد الأسهم ×القيمة الاسمية.
- (   ) قيمة السهم كما تباع في السوق تسمى القيمة الاسمية.
- (   ) القيمة الحالية للسهم =القيمة الاسمية.
- (   ) مقدار أرباح الأسهم=عدد الأسهم ×القيمة الاسمية ×نسبة الأرباح.

ثانيا: حل س٢ صفحة ٩٣ ، س٢ صفحة ٨٧ من الكتاب المدرسي.

إرشادات للطالب:

عزيزي الطالب إليك رابط الدرس

للمشاهده إضغط هنا

الأهداف	
	١- يتعرف إلى مفهوم السند ٢- يجد الربح السنوي للسندات ٣- يجد الربح الكلي للسندات ٤-يوظف السندات في حل مسائل حياتية

تلخيص المحتوى:

المفهوم	السندات	القيمة الاسمية للسند	القيمة الحالية للسند	تاريخ الاستحقاق
التعريف	أوراق مالية تصدرها الحكومات أو الشركات بقيمة معينة تثبت بأن مالكها دائن للجهة المصدرة للسند وهو أحد أدوات الاستثمار المضمون التي توفر عائدا جيدا للمستثمرين مقابل مخاطرة مقبولة	مقار المبلغ الذي يدفعه المستثمر عند شراء السند من الشركة وهو القيمة المكتوبة على السند والتي تحسب على أساسها الفائدة	المبلغ الذي يباع فيه السند في السوق المالي	الوقت المحدد لسدادالقيمة الاسمية للسند.

ملاحظات مهمة

- يظهر على السند اسم الجهة المصدرة له ورقمه ونوعه وقيمته الاسمية ومدته وسعر الفائدة وقد يصدر باسم المشتري أو لحامله
- حامل السند ليس مالكا في الشركة .
- القيمة الاسمية للسندات =عدد السندات ×القيمة الاسمية للسند الواحد
- القيمة التجارية للسندات =عدد السندات ×القيمة التجارية للسند الواحد

قوانين السندات

مقدار الربح السنوي للسندات = القيمة الاسمية للسند ×عددالسندات×نسبة الفائدة	مقار الربح الكلي للسندات=مقدار الربح السنوي ×عدد السنوات	مقدار الربح عند بيع السندات =القيمة التجارية -القيمة الاسمية	العائد= قيمة السندات+الربح الكلي

الأنشطة والتدريبات:

مثال(١)

اشترى رامي ٨ سندات ، القيمة الاسمية للسند الواحد ٢٠٠ دينار بفائدة قدرها ٧% لمدة ٥ سنوات أحسب :

أ)الربح السنوي الذي يقبضه رامي

الحل: عدد السندات =٨ ، القيمة الاسمية للسند=٢٠٠دينار ،الفائدة =٧%= $\frac{٧}{١٠٠}$ =٠,٠٧

مقدار الربح السنوي للسندات = القيمة الاسمية للسند ×عددالسندات×نسبة الفائدة

= ٢٠٠×٨×٠,٠٧=١١٢٠دينار

ب)مجموع الأرباح التي يقبضها بعد انتهاء فترة استهلاك السند

الحل : مجموع الأرباح= **مقار الربح الكلي للسندات=مقدار الربح السنوي ×عدد السنوات**

=١١٢٠×٥=٥٦٠٠دينار

تدريب (١)

حل س ١ من الكتاب صفحة٩٠

مثال(٢)

اشترت علا ٥٠٠٠ سند، القيمة الاسمية للسند الواحد ٨ دينار وقيمته التجارية ٩دينار أحسب :

أ)القيمة الاسمية للسندات

الحل: عدد السندات =٥٠٠٠ ، القيمة الاسمية للسند=٨دينار

القيمة الاسمية للسندات =عدد السندات ×القيمة الاسمية للسند الواحد

=٥٠٠٠×٨=٤٠٠٠٠دينار

ب) القيمة التجارية للسندات

الحل : عدد السندات =٥٠٠٠ ، القيمة التجارية للسند الواحد=٩دينار

القيمة التجارية للسندات =عدد السندات ×القيمة التجارية للسند الواحد

=٥٠٠٠×٩=٤٥٠٠٠دينار .

ج) مقدار الربح عند بيع السندات

الحل: **مقار الربح عند بيع السندات =القيمة التجارية -القيمة الاسمية**

=٤٥٠٠٠−

٤٠٠٠٠=٥٠٠٠دينار.

تدريب (٢)

اشترت أيمن ٧٠٠٠ سند، القيمة الاسمية للسند الواحد ٧ دينار وقيمته التجارية ١٠دينار أحسب مقار الربح عند بيع السندات.

الحل:...

....

....

....

....

مثال(٣)

استثمر خليل بمبلغ من المال في شركة الأمل للأجهزة الكهربائية فاشترى ٩٠ سندا،القيمة الاسمية للسند الواحد ٧٠ دينار بفائدة قدرها ٦%أجد : أ)**مقدار المبلغ الذي استثمر فيه خليل**

الحل :لايجاد المبلغ المستثمر هو مقار ما دفعه خليل للشركة =قيمة السندات

عدد السندات =٩٠ ، القيمة الاسمية للسند=٧٠دينار ، الفائدة =٦%= $\frac{٦}{١٠٠}$ =٠,٠٦

القيمة الاسمية للسندات =عدد السندات ×القيمة الاسمية للسند الواحد

=٩٠×٧٠=٦٣٠٠دينار

ب)العائد بعد مضي ٨ سنوات

الحل:لايجاد العائد نجد ما يلي :١)الربح السنوي للسندات

٢)الربح الكلي للسندات

٣)قيمة السندات=المبلغ المستثمر =٦٣٠٠دينار (تم ايجادها في أ)

مقدار الربح السنوي للسندات = القيمة الاسمية للسند ×عددالسندات×نسبة الفائدة

=٧٠×٩٠×٠,٠٦=٣٧٨دينار

مقدار الربح الكلي للسندات=مقدار الربح السنوي ×عدد السنوات

=٣٧٨×٨=٣٠٢٤دينار

العائد= قيمة السندات + الربح الكلي

=٦٣٠٠+٣٠٢٤=٩٣٢٤دينار

تدريب (٣)

حل س ٣ من الكتاب صفحة٩٠

مثال(٤)

اشترت سها ٥٠٠ سندا، بفائدة سنوية قدرها ٩%فكان ربحها في نهاية السنة ٣٦٠ دينار **<u>أجد القيمة الاسمية الواحد</u>**.

الحل :

عدد السندات = ٥٠٠ ، القيمة الاسمية للسند=؟؟؟ ، الفائدة =٩%= $\frac{٩}{١٠٠}$ =٠,٠٩

مقدار الربح السنوي للسندات = القيمة الاسمية للسند × عددالسندات×نسبة الفائدة

٢٧٠ = القيمة الاسمية للسندات ×٥٠٠×٠,٠٩

القيمة الاسمية للسندات=٢٧٠÷٤٥=٦دينار

تدريب (٤)

حل س ٤ من الكتاب صفحة٩٠

مثال(٥)

اشترى أحمد ٤٠ سند ، القيمة الاسمية للسند الواد ١٢ دينار وكان قيمة الربح في آخر العام ٣٨٤ دينار ،**<u>أجد نسبة الفائدة السنوية</u>**.

الحل:

عدد السندات =٤٠٠ ، القيمة الاسمية للسند=١٢دينار ، الفائدة =؟؟؟؟ ،الربح السنوي=٣٨٤دينار

مقدار الربح السنوي للسندات = القيمة الاسمية للسند × عددالسندات×نسبة الفائدة

٣٨٤ = ١٢×١٢×نسبة الفائدة

نسبة الفائدة =٣٨٤÷٤٨٠٠=٠,٠٨

نسبة الفائدة =٠,٠٨×١٠٠%=٨%

التقويم الختامي

أولا: أكمل ما يلي:

- مقدار ربح السندات=...........×............×................
- تحسب أرباح السندات من القيمة .... للسندات
- الاستثمار الذي يحصل على فائدة ثابتة سنويا بغض النظر عن ربح أول خسارة الشركة (ربح مضمون)هو................
- قيمة العائد=............+..................

ثانيا: أ) حل س٢ صفحة ٩٠ من الكتاب المدرسي

ب) حل س٣ صفحة ٩٤ من الكتاب المدرسي

إرشادات للطالب:

عزيزي الطالب إليكم رابط الدرس

للمشاهده إضغط هنا

الأهداف

١- يتعرف إلى مفهوم عقد التأمين
٢- يجد ربح أو خسارة شركة التأمين

تلخيص المحتوى:

عقد (بوليصة)التأمين:

عقد بين شركة التأمين وشخص أو أشخاص يدفع بموجبه الشخص مبلغا من المال للشركة، على أن تعوضه الشركة عن جزء أو عن كل العقار أو البضاعة المؤمن عليها عند تعرضها للأخطار أو الخسائر.

ملاحظات مهمة :

تختلف قيمة حساب التأمين حسب نص الاتفاق المكتوب بين الطرفين .

لحل مسائل التأمين نقوم بإيجاد الخطوات الآتية:

١) مقدار ما يدفعه الشخص (الأشخاص)لشركة التأمين
٢) مقدار ما تدفعه شركة التأمين للشخص(الأشخاص)
٣) ربح أو خسارة شركة التأمين (نضع المبلغ الأكبر – المبلغ الأصغر)

ملاحظات مهمة

- تختلف قيمة حساب ربح وخسارة الشركة حسب الاتفاق المكتوب بين الطرفين .
- إذا دفعت شركة التأمين أكبر مما دفع لها الشخص تكون خسرت أما اذا دفعت أقل مما دفع لها الشخص تكون ربحت .

الأنشطة والتدريبات:

مثال(١)

تعمل منال في وزارة العمل الفلسطينية ، قامت بالتأمين على سيارتها بمبلغ ١٠٠٠دينار لدى شركة الوطن للتأمين ، على أن تدفع قسطا سنويا مقداره ٢٠٠ دينار ، ونص عقد التأمين الموقع بين الطرفين على أن تقوم الشركة بالتعويض عن أي ضرر يلحق بهذه السيارة بعد خصم ٥% من المبلغ المؤمن به استهلاكا سنويا ، فاذا احترقت السيارة بعد مضي ٤ سنوات من توقيع العقد أحسب ربح أو خسارة الشركة.

الحل:

عقد التأمين:ينص على أن تدفع الشركة لمنال مبلغ التأمين (١٠٠٠) ديناربعد خصم ٥% من مبلغ التأمين ١٠٠٠دينار سنويا

مبلغ الخصم السنوي= ٥%من مبلغ التأمين =٥%×١٠٠٠= $\frac{٥}{١٠٠}$ ×١٠٠٠=٥٠دينار

المدة التي تم دفع فيها مبلغ التأمين = ٤ سنوات (وقت احتراق السيارة)

مبلغ الخصم بعد ٤ سنوات=٥٠×٤=٢٠٠ دينار

نجد ١)**ما تدفعه الشركة لمنال=مبلغ التأمين – الخصم =١٠٠٠–٢٠٠=٨٠٠**دينار

القسط السنوي الذي دفعته منال =٢٠٠دينار

الان نجد ٢)**ما دفعته منال للشركة خلال ٤ سنوات**

=٢٠٠×٤=٨٠٠دينار

٣)**(ربح)أو خسارة الشركة=مقدار ما تدفعه الشركة –ما دفعته منال**

= ٨٠٠ –٨٠٠=**صفر**

ماذا نلاحظ؟؟ ما دفعته الشركة=ما دفعته منال

أي أن الشركة لم تخسر ولم تربح لأنها دفعت ما دفع إليها

مثال(٢)

قامت شركات الأدوية باستيراد معدات لتصنيع الدواء بقيمة ١٠٠٠٠٠دينار على أن تدفع لشركة التأمين ٥% من هذا المبلغ كتأمين على هذه المعدات، إذا تلف ما قيمته ١٥٠٠ دينار، **أحسب مقدار ربح أوخسارة شركة التأمين.**

الحل:

عقد التأمين: ينص على أن تدفع شركة التأمين فقط قيمة التلف من المعدات

١)ما دفعته شركة التأمين لشركة الأدوية=١٥٠٠ دينار(مقدار التلف)

٢) ما دفعته شركة الأدوية لشركة التأمين=٥%من ثمن المعدات= $\frac{٥}{١٠٠}$ ×١٠٠٠٠٠=٥٠٠٠دينار

٣)(ربح) أو خسارة الشركة=ما دفعته شركة الأدوية – ما دفعته شركة التأمين=٥٠٠٠-١٥٠٠=٣٥٠٠دينار (ربح)

ماذا نلاحظ؟؟

مبلغ شركة التأمين < مبلغ شركة الأدوية

١٥٠٠<٥٠٠٠ شركة التأمين ربحت مبلغ ٣٥٠٠دينار لأنها هي التي دفعت المبلغ الأقل

تدريب (١)

حل س ٢ من الكتاب صفحة٩٣

مثال (٣)

أمن عزام على حياته لدى شركة بيسان للتأمين بمبلغ ٣٢٠٠٠ دينار بقسط سنوي ١٥%من قيمة التأمين ولمدة ١٨ سنة ،على أن يدفع القسط السنوي على أقساط شهرية متساوية فإذا توفي عزام بعد مرور ٦ سنوات أجد:

أ) مقدار القسط السنوي

الحل:

القسط السنوي =١٥%من مبلغ التأمين= $\frac{١٥}{١٠٠}$ ×٣٢٠٠٠=٤٨٠٠دينار

ب) **مقدار القسط الشهري**

الحل:

مقدار القسط الشهري =مقدار القسط الشهري÷١٢=٤٨٠٠÷١٢=٤٠٠ دينار

ج) مقدار ربح أو خسارة الشركة

الحل:

١) مقدار ما تدفعه شركة التأمين= مبلغ التأمين=٣٢٠٠٠دينار
٢) مقدار ما يدفعه عزام

لحساب ما يدفعه عزام نحسب المدة التي دفع فيهاالمبلغ قبل وفاته أي بعد ٦ سنوات وليس بعد ١٨ سنة لانه توفي قبل الموعد المحدد

مقدار ما دفعه عزام = القسط السنوي×عددالسنوات(عند وفاته)

= ٤٨٠٠×٦=٢٨٨٠٠ دينار

٣) ربح(خسارة الشركة) = ما دفعته الشركة –ما دفعه عزام قبل وفاته

=٣٢٠٠٠–٢٨٨٠٠= ٣٢٠٠دينار (خسارة)

ماذا نلاحظ؟؟؟

المبلغ الذي دفعته شركة التأمين > المبلغ الذي دفعه عزام

٣٢٠٠٠>٢٨٨٠٠

الشركة دفعت المبلغ الأكبر

الشركة خسرت بمقدار ٣٢٠٠دينار

التقويم الختامي

حل س١ ،س٢ صفحة ٩٣ من الكتاب المدرسي.

حل س ٤ صفحة ٩٤ من الكتاب المدرسي

إرشادات للطالب:

عزيزي الطالب إليكم رابط الدرس

للمشاهده
إضغط هنا

الأسهم:

تدريب ١ : ٤٠٠ دينار

تدريب ٢ : أ)١٠٠دينار ب)١٣٧٥ دينار ج)٧,٢٧%

التقويم الختامي : (١) √ ،× ، × ،× ،√

(٢) ٥,٥%

(٣) ١٦٠ دينار ،٤%

السندات :

تدريب (١) ٢٧٠ دينار ، ١٦٢٠ دينار

تدريب (٢)٢١٠٠٠دينار

تدريب (٣) ٣٠٠٠دينار ، ٤٢٠٠دينار

التقويم الختامي :

أولا: ١-عدد السندات ، القيمة الاسمية ،نسبة الفائدة

٢-الاسمية ٣-السندات ٤-قيمة السندات+الربح السنوي

ثانيا: ١)بنك فلسطين هو الأفضل ٢) ٣٣%

التأمين:

تدريب (١)خسرت الشركة بمقدار ٣١٥٠ دينار

التقويم الختامي: ١) ٣٦٠٠ دينار (خسارة) ٢)١٢٠٠٠دينار (ربح) ٣)٢٠٠٠٠ (خسارة)

السؤال الأول

أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة :

١)يمتلك محمد ٤٠٠٠سهم في شركة الأصدقاء للمواد الغذائية قيمة السهم الاسمية دينار واحد ، إذا وزعت الشركة ٨% أرباحا على المساهمين في إحدى السنوات .فما أرباح محمد في تلك السنة؟

أ)٣٢٠٠ ب)٣٢٠ ج)٣٢٠٠٠ د)٤٠٠

٢)ماذا يسمى الصك الذي يثبت لحامله حصة في ملكية أصول شركة معينة إضافة إلى حقه في نسبة أرباحها ؟

أ)السهم ب)السند ج)عقد بوليصة التأمين د)شركة مساهمة

٣)ماذا تسمى قيمة السهم عند الشراء وهي القيمة التي تظهر في الدفاتر المحاسبية وعلى شهادة السهم؟

أ)القيمة الحالية للسند ب) القيمة الاسمية للسهم ج)علاوة الإصدار د)القيمة الاسمية للسند

٤)إذا كانت القيمة التجارية للسندات =٤٨٠٠ دينار والقيمة الاسمية للسنات = ٤٠٠٠دينار فما مقدار الربح عند بيع السندات؟

أ)٤٨٠٠ ب)٨٨٠٠ ج)٨٠٠ د)٤٠٠٠

٥)أمن رجل على حياته ،يث يدفع قسطا شعريا قدره ٢٠٠ دينار، ما مجموع ما يدفعه خلال عشر سنوات؟

أ)٢٠٠٠ ب)٢٤٠٠ ج)٢٤٠٠٠ د)٢٤٢٠٠

السؤال الثاني

١)تمتلك هالة ٧٠٠ سهم في شركة الصحة للأدوية قيمة السهم الاسمية ٥ دنانير وقيمته الحالية ٧ دنانير ،وزعت الشركة آخر العام أرباحا بنسبة ١٢% أحسب:

أ) مقدار الربح

ب) القيمة الحالية لجميع الأسهم

ج) النسبة المئوية الفعلية للربح

٢) استثمرت خلود بمبلغ من المال في شركة القدس للعقارات فاشترت ١٠٠ سندا ، القيمة الاسمية للسند ٨٠دينار بفائدة سنوية قدرها ٥% أجد :

أ) مقار المبلغ الذي استثمرت فيه خلود

ب) العائد بعد مضي ٧ سنوات

السؤال الثالث

١)اشترى عبد القادر ٧٠٠ سند القيمة الاسمية للسند الواحد ١٢ دينار ،وكان قيمة الربح لعبد القادر في آخر العام ٦٧٢ دينار ،أجد نسبة الفائدة السنوية .

٢) أمنت رندا على سيارتها بقيمة ١٥٠٠٠ دينار على أن تدفع ٢٥٠ دينار قسطا سنويا لهذا التأمين الشامل ونص عقد التأمين على أن تقوم الشركة بالتعويض عن أي ضرر لهذه السيارة بعد خصم ٤% من المبلغ المؤمن استهلاكا سنويا فإذا احترقت السيارة بعد مضي خمس سنوات ،أحسب ربح أو خسارة الشركة في هذا التأمين .

٣) أمن رجل على حياته لدى شركة الأمان للتأمين على الحياة ونص العقد المبرم بين الطرفين على أن تقوم الشركة مبلغ ٥٥٠٠٠ بدينار في ال وفاته ، على أن يدفع قسطا شهريا مقداره ٣٠٠ دينار ولمدة ٢٠ عاما ،فإذا توفي الشخص بعد مرور ١٥ عاما ، أحسب ربح أو خسارة شركة التأمين.