

حلول الفصل الثاني الوحدة الرابعة

الدرس الأول: الزوايا في الوضع القياسي

تمارين ومسائل صفحة ١٢

- (١) الشكل الأول : س = ٢١٠° ، الشكل الثاني : س = ٢٩٠° ، الشكل الثالث : س = ١١٠°
(٢) الشكل الأول : ص ليست في الوضع القياسي
س في الوضع القياسي
ل ليست في الوضع القياسي
الشكل الثاني : س في الوضع القياسي
ص ليست في الوضع القياسي
(٣) ١٢٠- : تقع في الربع الثالث ، ١٣٠° : تقع في الربع الثاني ، ٢٥٠- : تقع في الربع الثاني
٣٢٠ : تقع في الربع الرابع ، ٤٥٠° : زاوية ربعية.

تمارين ومسائل صفحة ١٨

(١)

$$أ) \frac{٥\pi}{٤} = \frac{\pi}{١٨٠} \times ٢٢٥ = ٢٢٥^\circ$$

$$ب) \frac{٣\pi}{٢} = \frac{\pi}{١٨٠} \times ٩٠ = ٩٠^\circ$$

$$ج) \frac{٧\pi}{٣} = ٤٢٠^\circ$$

$$د) \frac{٣\pi}{٤} = ١٣٥^\circ$$

دليل المعلم في الرياضيات للصف العاشر الفصل الثاني - موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة

$$^{\circ} 150 = \frac{^{\circ} 180 \times 5}{6} = \frac{5}{6} \quad (\text{ب})$$

$$^{\circ} 120 = \frac{\pi 2}{3} \quad \text{■}$$

$$^{\circ} 165 = \frac{\pi 11}{12} \quad \text{■}$$

$$^{\circ} 45 = \frac{\pi}{4} \quad \text{■}$$

$$143,25 = 57,3 \times 2,5 \quad \text{■}$$

$$^{\circ} 310 = ^{\circ} 360 - ^{\circ} 50, \quad ^{\circ} 770 = ^{\circ} 720 + ^{\circ} 50, \quad ^{\circ} 410 = ^{\circ} 360 + ^{\circ} 50 \quad (2)$$

$$\frac{\pi 7}{4} = \pi 2 + \frac{\pi}{4}, \quad \frac{\pi 17}{4} = \pi 4 + \frac{\pi}{4}, \quad \frac{\pi 9}{4} = \pi 2 + \frac{\pi}{4} \quad (3)$$

$$^{\circ} 560, \quad ^{\circ} 160 : 200 - \quad (4)$$

$$^{\circ} 240, \quad ^{\circ} 480 : 120$$

$$\frac{\pi}{3} 8 = \pi 2 + \frac{\pi}{3} 2 : \frac{\pi 2}{3} \quad (5)$$

$$\frac{\pi 4}{3} = \pi 2 - \pi \frac{2}{3}$$

$$\frac{\pi}{4} 9 = \pi 2 + \frac{\pi}{4} : \frac{\pi 2}{4}$$

$$\frac{\pi}{4} 7 = \pi 2 - \frac{\pi}{4}$$

$$0,55 = \frac{25}{45} \text{ راديان/دقيقة}$$

تمارين ومسائل صفحة 27+28

$$(1) \text{ جا-} 90 = 1, \text{ جتا-} 90 = 0, \text{ ظا-} 90 \text{ غير معرف}$$

$$\text{جا-} 450 = 1, \text{ جتا-} 450 = 0, \text{ ظا-} 450 \text{ غير معرف}$$

$$\text{جا} 0 = \pi, \text{ جتا} 0 = \pi, \text{ ظا} 0 = \pi, \text{ جا} 180 = -1, \text{ جتا} 180 = -1, \text{ ظا} 180 = 0$$

$$(2) \text{ النقطة أ : } \text{جا} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \text{ جتا} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \text{ ظا} = 1$$

$$\text{النقطة ب : } \text{جا} = 0, \text{ جتا} = 1, \text{ ظا} = 0$$

$$\text{النقطة ج : } \text{جا} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ جتا} = \frac{1}{2}, \text{ ظا} = \sqrt{3}$$

دليل المعلم في الرياضيات للصف العاشر الفصل الثاني - موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة

$$\frac{r}{o} = \text{ظاہر} \quad , \quad \frac{o}{r\sqrt[3]{4}} = \text{جہاں} \quad , \quad \frac{r}{r\sqrt[3]{4}} = \text{جاء} \quad (4)$$

جتا-١٣٥ ° : سالبه (الربع الثالث) ، ظا.٨٤٠ ° : سالبه (الربع الثاني)

جنا $\frac{\pi^2}{3}$: سالبة (الربع الثاني) ، ظا $\frac{\pi^3}{4}$: سالبة (الربع الثاني)

ص (۵)

(أ) جتا ٤٥° = $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(ب) ۱-۲ جا $\frac{\pi}{6}$ = جتا ($\frac{\pi}{6} \times 2$) جتا $= \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$

(ج) ۶ جا $\frac{\pi}{12}$ جتا $\frac{\pi}{12} \times 3 = \frac{\pi}{4}$ جتا $\frac{\pi}{12} \times 2 = \frac{\pi}{6}$ جتا $\frac{\pi}{12} \times 1 = \frac{\pi}{12}$

(6)

٢٢٥° زاوية بُلنداها هي ٤٥° ، $\frac{\pi}{3}$ زاوية إسنادها هي $\frac{\pi}{3}$ ، ١٥٠° زاوية بُلنداها هي ٣٠° .

$\frac{\pi^3}{4}$ زاوية إسنادها هي $\frac{\pi}{4}$ ، 210° زاوية بلنادهها هي 30°

$$\frac{1}{2} - = 3. \text{ جا } = 33. \text{ (۷)}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = 6. \text{ جا } = 30. - \text{ جا}$$

$$(أ : في الربع الثالث) \quad \frac{١٢}{١٣} = \text{جتأ} \quad \leftarrow \quad \frac{٥}{١٣} = \text{جأ} \quad (٨)$$

جثأ = $\frac{١٢}{١٣}$ (أ : في الربع الثالث)

$$\frac{119}{169} = \text{جتا}^{\text{ا}} - \text{جا}^{\text{ا}} =$$

$$\frac{120}{169} = 2 \text{ جا } 2 \text{ جتا} = 2$$

$$\frac{239}{28561} = \text{جنا}^4 - \text{جنا}^2 (12) = \text{جنا}^2 (12)$$

$$\text{جتاً} = \frac{12}{13} \quad (\text{أ : فى الربع الرابع})$$

$$\frac{119}{169} = \text{جتا}^{\text{ء}} - \text{جا}^{\text{ء}} = \text{جتا}^{\text{ء}}$$

$$\frac{۱۲۰}{۱۶۹} = \text{جا } ۲ = \text{جاءتأ} -$$

$$\frac{239}{28561} = \text{جتا}^4 - \text{جا}^2 (\text{أ}^2) = \text{جتا}^4 - (\text{أ}^2) \text{جا}^2$$

دليل المعلم في الرياضيات للصف العاشر الفصل الثاني - موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة

$$(٩) \text{ ظا } ٣٠ = \frac{١}{\sqrt{٣}}$$

$$\frac{س}{ص} = ٣٥ \text{ ظا } : \text{ارتفاع الجبل}$$

$$\frac{س}{ص} = ٠,٧ \text{ ص: المسافة من رأس الزاوية } ٣٥ \text{ وحتى رأس الزاوية القائمة}$$

$$س = ٠,٧ \text{ ص} \dots\dots\dots (١)$$

$$\frac{س}{١٥٠٠ + ص} = ٣٠ \text{ ظا}$$

$$\frac{س}{١٥٠٠ + ص} = ٣٠ \text{ ظا}$$

$$٠,٥٨ = (١٥٠٠ + ص) س$$

$$٠,٥٨ + ٨٧٠ = ص س$$

$$٨٧٠ + ٠,٥٨ = ص س$$

$$ص = ٧٢٥٠$$

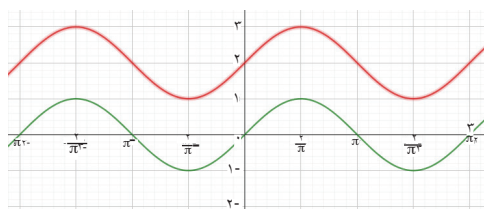
$$س = ٥٠٧٥$$

$$١,٧ س = ص + ١٥٠٠ \dots\dots\dots (٢)$$

بحل المعادلتين (١) و (٢) ينتج أن :

$$ص = ٧٨٩٥ \text{ قدم}$$

$$س = ٥٥٢٦ \text{ قدم} \quad ; \quad \text{أي أن: ارتفاع الجبل} = ٥٥٢٦ \text{ قدم}$$



تمارين ومسائل صفحة ٣٧

س١: أمثل منحنيات الاقتترانات المثلثية الآتية:

$$(أ) \text{ ق(س) = جاس } ٢ +$$

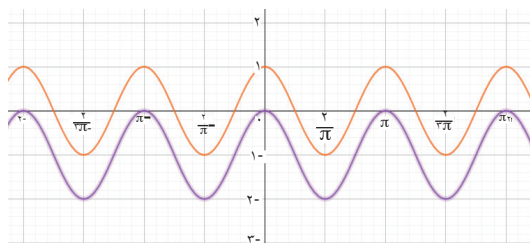
منحنى الاقتتران ق(س) = جاس + ٢, هو انسحاب لمنحنى الاقتتران ص = جاس بمقدار وحدتين للأعلى كما في الشكل .

$$(ب) \text{ ل(س) = جتا } ٢ -$$

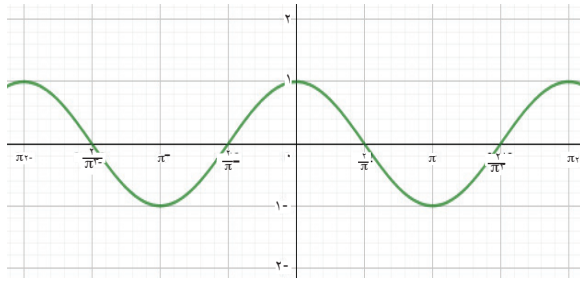
أولاً: نرسم منحنى الاقتتران ص = جتا

ثانياً: نرسم ص = جتا ٢ وهو تمديد للإقتتران ص = جتا

بمعامل مقداره ٢ كما في الشكل المقابل.



دليل المعلم في الرياضيات للصف العاشر الفصل الثاني - موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة



ثالثاً: منحنى الاقتران المطلوب ل(س) = جتا ٢س - ١ هو انسحاب للإقتران ص ٢ = جتا ٢س وحدة للأسفل كما في الشكل المقابل.
ج) م(س) = جتا(-س).

أولاً: نرسم منحنى الاقتران ص = جتا س .

ثانياً: إن منحنى الاقتران م (س) = جتا (-س) هو انعكاس لمنحنى الاقتران ص = جتا س في محور الصادات .

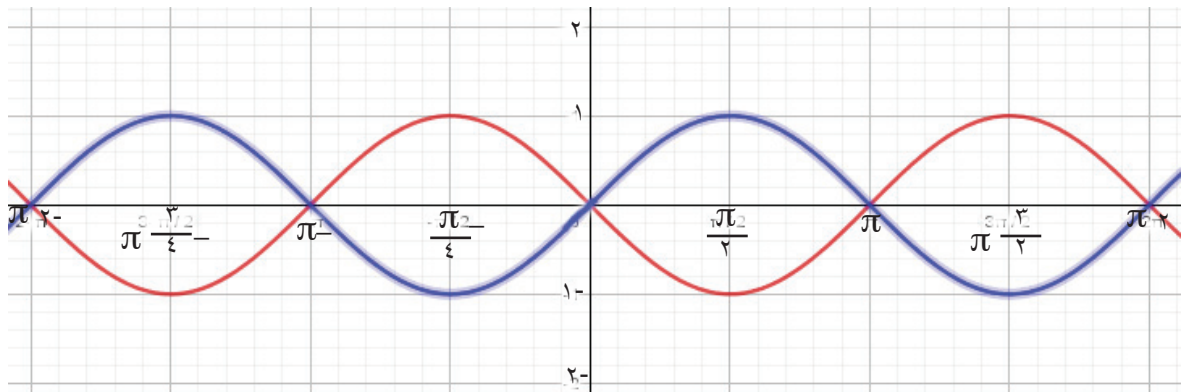
د) ع(س) = ظاس + ١ .

منحنى الاقتران ع(س) = ظاس + ١ هو انسحاب لمنحنى الاقتران ظاس بمقدار وحدة واحدة للأعلى .

هـ) ل(س) = جا (س+π) .

أولاً: نرسم منحنى الاقتران ص = جاس .

ثانياً: إن منحنى الاقتران ل (س) = جا (س+π) هو انسحاب لمنحنى الاقتران ص = جاس بمقدار π إلى اليسار كما هو في الشكل .



السؤال الثاني:

دليل المعلم في الرياضيات للصف العاشر الفصل الثاني - موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة

أجلد: أكبر قيمة وأصغر قيمة، السعة ، الدورة لكلّ من الاقترانات الواردة في السؤال الأول:

$$\text{ق(س)} = \text{جا س} + ٢ \leftarrow \{ ١ = \text{أ} , \text{ب} = ١ , \text{ج} = ٢ \}$$

$$\text{أكبر قيمة للاقتزان} = \left| \text{أ} \right| = \text{ج} + ١ + ٢ = ٣$$

$$\text{أصغر قيمة للاقتزان} = \left| \text{أ} \right| = \text{ج} + ١ - ٢ = ١$$

$$\text{السعة} = \left| \text{أ} \right| = ١$$

$$\text{الدورة} = \frac{\pi_2}{\left| \text{ب} \right|} = \frac{\pi_2}{1}$$

$$\text{ل(س)} = \text{جتا } ٢\text{س} - ١ \leftarrow \{ ١ = \text{أ} , \text{ب} = ٢ , \text{ج} = ١- \}$$

$$\text{أكبر قيمة للاقتزان} = \left| \text{أ} \right| = \text{ج} + ١ + ١- = \text{صفر}$$

$$\text{أصغر قيمة للاقتزان} = \left| \text{أ} \right| = \text{ج} + ١- + ١- = ٢-$$

$$\text{السعة} = \left| \text{أ} \right| = ١$$

$$\text{الدورة} = \frac{\pi_2}{\left| \text{ب} \right|} = \frac{\pi_2}{2}$$

$$\text{م(س)} = \text{جتا (- س)} \leftarrow \{ ١ = \text{أ} , \text{ب} = ١- , \text{ج} = \text{صفر} \}$$

$$\text{أكبر قيمة للاقتزان} = \left| \text{أ} \right| = \text{ج} + ١ + ٠ = ١$$

$$\text{أصغر قيمة للاقتزان} = \left| \text{أ} \right| = \text{ج} + ١- + ٠ = ١-$$

$$\text{السعة} = \left| \text{أ} \right| = ١$$

$$\text{الدورة} = \frac{\pi_2}{\left| \text{ب} \right|} = \frac{\pi_2}{1-}$$

$$\text{ع(س)} = \text{ظاس} + ١ \leftarrow \{ ١ = \text{أ} , \text{ب} = ١ , \text{ج} = ١ \}$$

$$\text{الدورة} = \pi$$

$$\text{ل(س)} = \text{جا (س} + \pi) \leftarrow \{ ١ = \text{أ} , \text{ب} = ١ , \text{ج} = \text{صفر} \}$$

دليل المعلم في الرياضيات للصف العاشر الفصل الثاني - موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة

$$\text{أكبر قيمة للاقتران} = |أ| = ج + ١ = ٠ + ١ = ١$$

$$\text{أصغر قيمة للاقتران} = |أ| = ج + ١ = ٠ + ١ = ١$$

$$\text{السعة} = |أ| = ١$$

$$\text{الدورة} = \frac{\pi_2}{|ب|} = \frac{\pi_2}{1}$$

السؤال الثالث

أجد: دورة، وسعة، ومدى الاقتران : ق(س) = ٣- جتا ($\frac{\pi}{3}$)، دون تمثيله بياناً.

$$\{أ = ٣- ، ب = \frac{1}{3} ، ج = \text{صفر}\}$$

$$\text{أكبر قيمة للاقتران} = |أ| = ج + ٣ = ٠ + ٣ = ٣$$

$$\text{أصغر قيمة للاقتران} = -|أ| = -٣ = ٠ - ٣ = -٣$$

$$\text{السعة} = |أ| = ٣$$

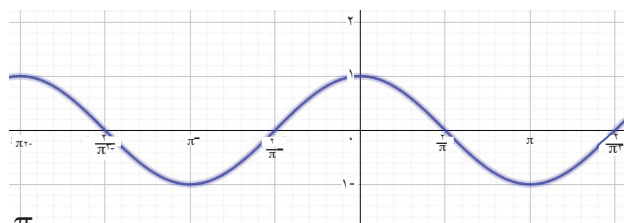
$$\text{الدورة} = \frac{\pi_2}{|ب|} = \frac{\pi_2}{\frac{1}{3}} = ٣\pi$$

$$\text{مدى الاقتران} = -|أ| = -٣ ، |أ| = ج + ٣ = ٣$$

السؤال الرابع

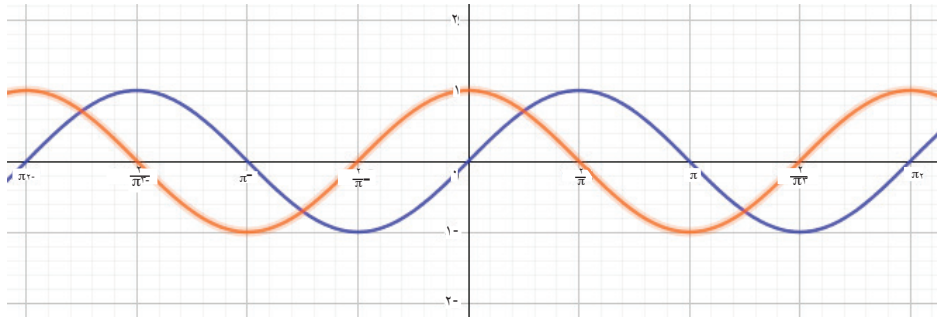
أرسم منحنى الاقتران ق(س) = جتاس، وعلى المستوى الديكارتي نفسه أرسم منحنى الاقتران ل(س) = جا(س + $\frac{\pi}{4}$) ماذا تلاحظ؟

أولاً: نرسم منحنى الاقتران ق(س) = جتاس .



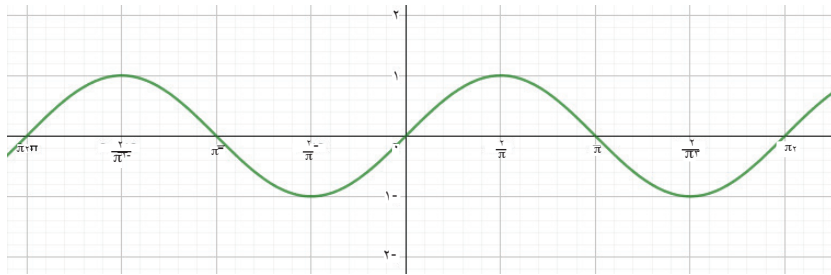
ثانياً: منحنى الاقتران ل(س) = جا(س + $\frac{\pi}{4}$) هو انسحاب لمنحنى الاقتران ص = جاس بمقدار $\frac{\pi}{4}$ إلى اليسار .

دليل المعلم في الرياضيات للصف العاشر الفصل الثاني - موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة

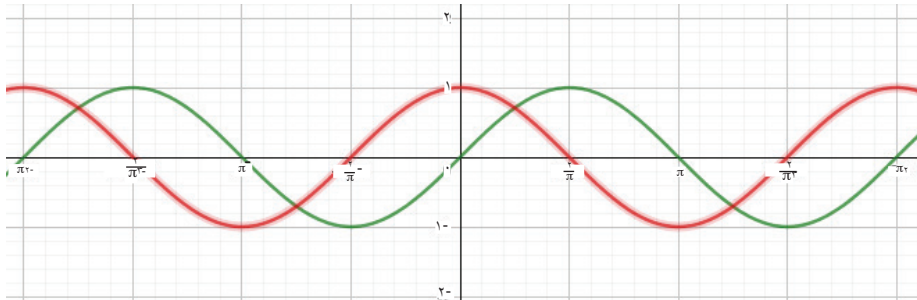


عند رسم الاقتران ق(س) ، ل (س) نلاحظ أن الاقترانين قد تطابقا أي أن الاقتران ل(س) = جاس + $\frac{\pi}{2}$ = جتاس = ق(س).
جيب الزاوية = جيب تمام الزاوية المتممة لها ، والعكس صحيح.

أرسم منحنى الاقتران ق(س) = جاس، وعلى المستوى الديكارتي نفسه أرسم منحنى الاقتران ل(س) = جتا(س - $\frac{\pi}{2}$) ماذا نلاحظ؟
أولاً: نرسم منحنى الاقتران ق(س) = جاس .



ثانياً: منحنى الاقتران ل(س) = جتا(س + $\frac{\pi}{2}$) هو انسحاب لمنحنى الاقتران ص بمقدار $\frac{\pi}{2}$ وحدة إلى اليمين .



عند رسم الاقتران ق(س) ، ل (س) نلاحظ أن الاقترانين قد تطابقا؛ أي أن جاس = جتا(س - $\frac{\pi}{2}$) متطابقان.
جيب الزاوية = جيب تمام الزاوية ، والعكس صحيح

السؤال الخامس

يتحرك سطح البحر بين ارتفاع وانخفاض مرة كل نصف يوم تقريباً، وتعرف هذه الظاهرة بالمد والجزر، تنشأ عن قوى جذب القمر والشمس. إذا كان أقصى ارتفاع للماء هو ٢٠ م، وأقل انخفاض هو ١٠ م، وكان تغير ارتفاع الماء خلال ساعات اليوم يأخذ شكل اقتران

دليل المعلم في الرياضيات للصف العاشر الفصل الثاني - موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة

ب س + ج الجيب. أكتب قاعدة الاقتران التي تتنبأ ارتفاع وانخفاض مستوى الماء مع الزمن، وأمثله بيانياً.
الحل : الصورة العامة ق(س) = أ جا

أقصى ارتفاع للماء = ٢٠ م ← أكبر قيمة للاقتران = $|أ|$ + ج = ٢٠ (١)

أقل ارتفاع للماء = ١٠ م ← أصغر قيمة للاقتران = - $|أ|$ + ج = ١٠ (٢)

من خلال جمع معادلة (١) + معادلة (٢)

$$٢٠ = ج + |أ|$$

+

$$١٠ = ج + |أ| -$$

$$\text{صفر} + ٢ = ج + ٢٠ + ١٠$$

$$٣٠ = ج + ٢ \leftarrow ج = ١٥$$

نعوض قيمة ج = ١٥ في المعادلة (١) لإيجاد قيمة أ :

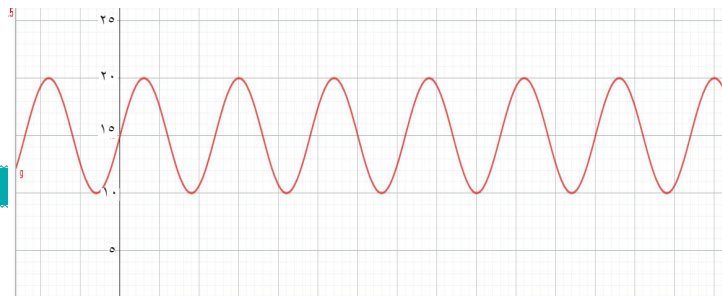
$$٢٠ = ١٥ + |أ| \leftarrow |أ| = ٥ \leftarrow أ = ٥ \text{ أو } أ = -٥ \quad (\text{نجمع } ١٥ \text{ للطرفين})$$

الدورة : يتحرك سطح البحر بين ارتفاع وانخفاض مرة كل نصف يوم تقريباً (١٢ ساعة)

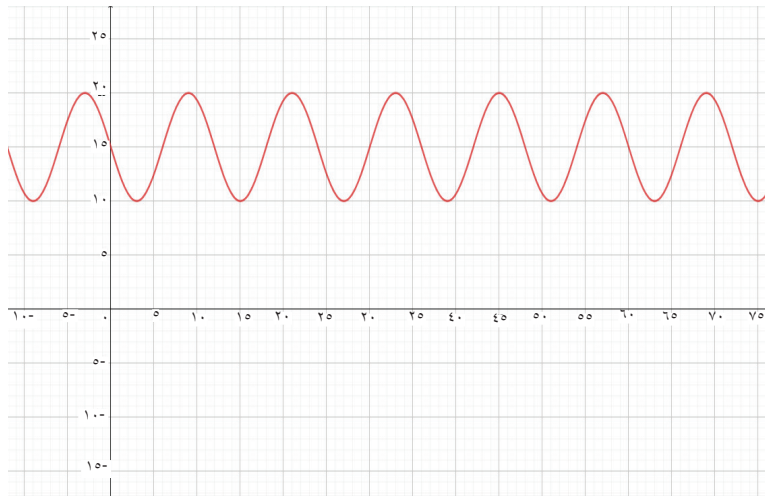
$$\Leftrightarrow \text{يتضمن ذلك أن الدورة} = ١٢ = \frac{٢\pi}{|ب|} \Leftrightarrow \frac{\pi}{٦} = |ب|$$

$$\Leftrightarrow ب = ٢ \text{ أو } ب = -٢$$

$$\text{ق(س)} = أ جا ب س + ج$$



$$ق (س) = ٥ \text{ جا } \frac{\pi}{٦} س + ١٥$$



$$ق (س) = ٥ \text{ جا } \frac{\pi}{٦} س + ١٥$$

تمارين ومسائل صفحة ٤٣

السؤال الأول

دليل المعلم في الرياضيات للصف العاشر الفصل الثاني - موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة

أثبت صحة المتطابقات الآتية :

$$(جاس + جتاس)^2 = ١ + جاس^2$$

«مفكوك مربع مجموع حدين»

$$\text{الطرف الأيمن: } (جاس + جتاس)^2 = جاس^2 + ٢ جاس جتاس + جتاس^2$$

$$\text{من المتطابقة جاس^2 + جتاس^2 = ١، ينتج أن:}$$

$$(جاس + جتاس)^2 = جاس^2 + جتاس^2 + ٢ جاس جتاس = ١ + ٢ جاس جتاس$$

$$\text{من المتطابقة جاس^2 = ١ - جاس جتاس، ينتج أن:}$$

$$(جاس + جتاس)^2 = ١ + ٢ جاس جتاس = ١ + جاس^2، الطرف الأيسر.$$

$$\therefore (جاس + جتاس)^2 = ١ + جاس^2$$

$$\frac{١ - جتاس}{١ + جتاس} = \frac{١ - جتاس}{١ + جتاس}$$

$$\text{الطرف الأيمن: } \frac{١ - جتاس}{١ + جتاس} \times \frac{١ - جتاس}{١ - جتاس} = \frac{(١ - جتاس)^2}{١ - جتاس^2}$$

$$\text{من المتطابقة جاس^2 + جتاس^2 = ١، جتاس^2 = ١ - جاس^2، ينتج أن:}$$

$$\frac{(١ - جتاس)^2}{١ - جتاس^2} = \frac{(١ - جتاس)^2}{١ - (١ - جاس^2)} = \frac{(١ - جتاس)^2}{١ - ١ + جاس^2} = \frac{(١ - جتاس)^2}{جاس^2}$$

$$\text{ج) } \frac{١ - جتاس^2}{١ + جتاس^2} = \frac{١ - جتاس^2}{١ + جتاس^2}$$

$$\text{من المتطابقة جتاس^2 = جاس^2 - ١، ينتج أن:}$$

$$\frac{١ - جتاس^2}{١ + جتاس^2} = \frac{١ - (جاس^2 - ١)}{١ + جتاس^2} = \frac{١ - جاس^2 + ١}{١ + جتاس^2} = \frac{٢ - جاس^2}{١ + جتاس^2}$$

$$\text{ولكن من المتطابقة جتاس^2 = ١ - جاس^2، والمتطابقة جاس^2 = ١ - جتاس^2، ينتج أن:}$$

$$\frac{١ - جتاس^2}{١ + جتاس^2} = \frac{(١ - جتاس^2) + جاس^2}{١ + جتاس^2} = \frac{١ - جتاس^2 + جاس^2}{١ + جتاس^2}$$

$$= \frac{٢ جاس^2}{٢ جتاس^2} = \frac{جاس^2}{جتاس^2} = \left(\frac{جاس}{جتاس} \right)^2 = \frac{٢ جاس^2}{٢ جتاس^2} = \frac{٢ جاس^2}{٢ جتاس^2}$$

دليل المعلم في الرياضيات للصف العاشر الفصل الثاني - موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة

السؤال الثاني

ما مجموعة حل كل من المعادلات الآتية ، حيث : $0 \leq s \leq \pi$ ؟

أ) $2 \cos s - 1 = 0$. صفر .

«نجمع ١ للطرفين»

$$2 \cos s - 1 = 0 \iff 2 \cos s = 1$$

«نقسم الطرفين على ٢»

$$\cos s = \frac{1}{2}$$

إذن: زاوية الإسناد $= 60^\circ \iff s = 60^\circ \iff s = 30^\circ$

بما أن جتا s قيمة موجبة \iff إذن تقع في الربع الأول ($s = 30^\circ$) ،

أو تقع في الربع الرابع ($s = 360^\circ - 30^\circ = 330^\circ$) .

مجموعة الحل $\{30^\circ, 330^\circ\}$

ب) $2 \sin s + \cos s = 0$. صفر .

«إخراج جتا عامل مشترك»

$$\cos s (2 \tan s + 1) = 0$$

إما $\cos s = 0$ أو $2 \tan s + 1 = 0$. صفر

عندما: $\cos s = 0 \iff$ إذن: زاوية الاسناد $= 90^\circ \iff$ ، وأيضاً $s = 270^\circ$

«نطرح ١ من الطرفين»

$$2 \tan s + 1 = 0 \iff 2 \tan s = -1$$

«نقسم الطرفين على ٢»

$$\tan s = -\frac{1}{2} \iff \tan s = -\frac{1}{2}$$

إذن: زاوية الإسناد $= 30^\circ$

بما أن جتا قيمة سالبة \iff إذن: تقع في الربع الثالث ($s = 180^\circ + 30^\circ = 210^\circ$)

أو تقع في الربع الرابع ($s = 360^\circ - 30^\circ = 330^\circ$) .

مجموعة الحل $\{210^\circ, 330^\circ, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\}$

ج) $\sin s = 1$. صفر

«نطرح ١ من الطرفين»

$$\sin s - 1 = 0$$

«نأخذ الجذر التربيعي للطرفين»

$$\sin s = 1$$

$$\sin s = 1$$

دليل المعلم في الرياضيات للصف العاشر الفصل الثاني - موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة

عندما $\phi = 1$ \Leftarrow إذن: زاوية الإسناد $= 45^\circ$

بما أن ϕ قيمة موجبة \Leftarrow إذن: تقع في الربع الأول (س $= 45^\circ$)،

أو تقع في الربع الثالث (س $= 180^\circ + 45^\circ = 225^\circ$).

عندما $\phi = -1$ \Leftarrow إذن: زاوية الإسناد $= 45^\circ$

بما أن ϕ قيمة سالبة \Leftarrow إذن: تقع في الربع الثاني (س $= 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$)،

أو تقع في الربع الرابع (س $= 360^\circ - 45^\circ = 315^\circ$).

مجموعة الحل $= \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right\}$

السؤال الثالث

علّق جسم في نهاية زنبرك يهتز فوق سطح منضدة، إذا كان ارتفاع الجسم عن سطح المنضدة يُعطى بالعلاقة $E = 20 - 4 \cos 2\pi t$ ، حيث t الزمن بالثواني، ع الارتفاع بالسنتيمتر.

متى يكون ارتفاع الجسم $= 16$ سم؟

نعوض قيمة $E = 16$ في العلاقة، كالتالي:

$$16 = 20 - 4 \cos 2\pi t$$

$$16 - 20 = -4 \cos 2\pi t$$

$$-4 = -4 \cos 2\pi t$$

نضرب الطرفين بـ -1 :

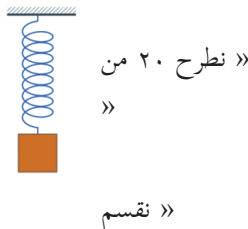
$$4 = 4 \cos 2\pi t$$

الطرفين على 4 :

$$1 = \cos 2\pi t$$

إذن: $2\pi t = 0 \Leftarrow t = 0$ ثانية، وكذلك $2\pi t = \pi \Leftarrow t = 1$ ثانية، وكذلك $2\pi t = 2\pi \Leftarrow t = 2$ ثانية، ...

يكون ارتفاع الجسم 16 سم عند $t = 0, 1, 2, 3, \dots$



بعد كم ثانية يصل الجسم إلى أقصى ارتفاع؟

يصل الجسم إلى أقصى ارتفاع عندما يكون الزنبرك مضغوطاً؛ بمعنى أقل استطالة.

دليل المعلم في الرياضيات للصف العاشر الفصل الثاني - موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة

وهذا يتضمن أن تكون قيمة جتا $\pi 2 = 1 -$

«نقسم الطرفين على ٢»

$$\pi 2 = 180^\circ$$

$$\frac{1}{2} = \frac{\pi}{2} \times \frac{1}{\pi} = 1$$

إذن: بعد نصف ثانية يكون الجسم في أقصى ارتفاع .

تمارين عامة

تمارين ومسائل صفحة ٤٤

السؤال الأول:

٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
ب	ا	ب	ب	ج	ج	أ	د	ب

السؤال الثاني:

$$\frac{\sqrt[3]{2}}{2} = \text{جا } 60^\circ = \text{جا } 240^\circ$$

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} = \text{جتا } 45^\circ = \frac{\pi}{4} \sqrt[7]{2} = \text{جتا } -$$

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} = \text{ظا } 30^\circ - \text{ظا } 330^\circ$$

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} = \text{جا } 40^\circ = \text{جا } 45^\circ$$

السؤال الثالث

بيّن الخطأ: أ) جتا(س+ص)=جتاس+جتاص

نفرض: س=٣٠ ، ص=٦٠

جتا (٣٠+٦٠)=جتا٩٠=صفر

$$\frac{1 + \sqrt{3}}{2} = \text{جتا } 30^\circ + \text{جتا } 60^\circ$$

ب) جا٢س=٢جاس

دليل المعلم في الرياضيات للصف العاشر الفصل الثاني - موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة

$$\text{نفرض س} = 30^\circ \Leftrightarrow \text{جا } (30 \times 2) = \text{جا } 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\text{ظا } 30^\circ}{1} \Rightarrow \text{ظا } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{ج) ظا } \frac{2}{3} = \frac{\text{ظا } 30^\circ}{1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{نفرض: س} = 45^\circ \text{ ظا } \frac{2}{3} = \text{س} = \text{ظا } 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\text{ظا } 30^\circ}{1} = \frac{\text{ظا } 45^\circ}{1} = \frac{1}{1}$$

السؤال الرابع: أثبت صحة المتطابقات:

$$\text{أ) جاس} + \text{جتاس} = \frac{\text{جا } 30^\circ - \text{جتا } 30^\circ}{\text{جاس} - \text{جتاس}}$$

$$\frac{(\text{جاس} - \text{جتاس})}{(\text{جاس} - \text{جتاس})} \times (\text{جاس} + \text{جتاس}) = (\text{جاس} + \text{جتاس})$$

$$\frac{\text{جا } 30^\circ - \text{جتا } 30^\circ}{\text{جاس} - \text{جتاس}} =$$

$$\frac{\text{جا } 30^\circ - (\text{جا } 30^\circ)}{\text{جاس} - \text{جتاس}} =$$

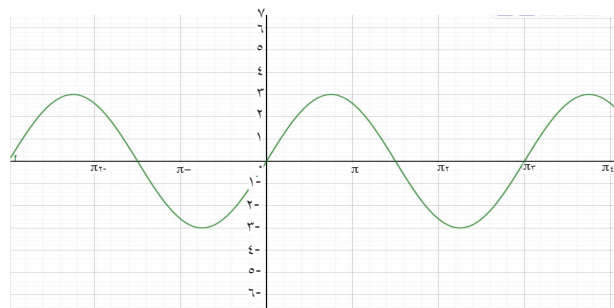
$$\frac{\text{جا } 30^\circ - \text{جا } 30^\circ}{\text{جاس} - \text{جتاس}} =$$

$$\text{ب) جتا } 30^\circ + (\text{ظا } 30^\circ \times \text{جتاس}) = 1$$

$$\text{جتا } 30^\circ + (\text{ظا } 30^\circ \times \text{جتاس}) = 1 \Rightarrow \text{جتا } 30^\circ + \frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}} \times \text{جتاس} = 1 \Rightarrow \text{جتا } 30^\circ + \frac{\text{جتاس}^2}{\text{جاس}} = 1$$

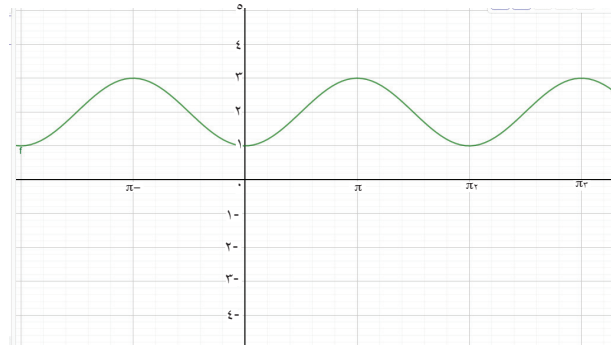
السؤال الخامس

$$\text{أ) ق} (30^\circ) = \frac{2}{3} \text{ جا } 30^\circ$$

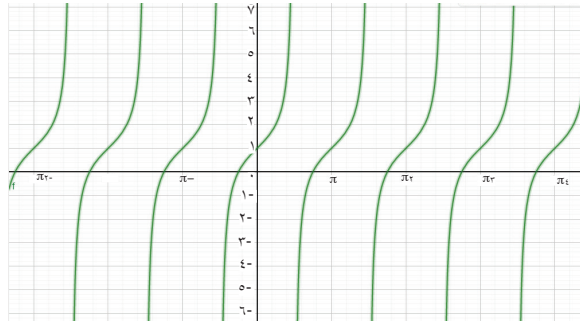


$$\text{ب) هـ} = (\text{س}) = 2 - \text{جتا } 30^\circ$$

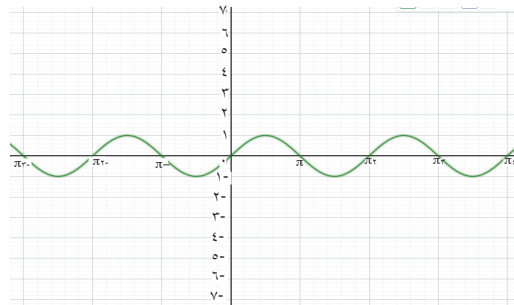
دليل المعلم في الرياضيات للصف العاشر الفصل الثاني - موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة



ج) ظاس ١+



د) جتا (س-)



الوحدة الخامسة

الدرس الأول (١ - ٥) صفحة ٥٥

السؤال الثالث: تصنيف أضلاع المستطيل الأصلي ، نقطة تقاطع المنصفات هي النقطة المطلوبة .
أو تكملة المستطيل ثم توصيل الأقطار، نقطة التقاطع هي نقطة المنتصف .

الدرس الثاني (٢ - ٥) صفحة ٦١

السؤال الثالث: ننشئ زاوية قائمة (٩٠°) ثم ننصفها باستخدام حافة مستقيمة وفرجار لإنشاء زاوية قياسها (٤٥°) والتي بدورها ننصفها باستخدام حافة مستقيمة وفرجار لإنشاء زاوية قياسها (٢٢,٥°)
السؤال الرابع: نمثل $\sqrt{3}$ كما ورد في نشاط ٥ ص ٥٨، أو حسب الطريقة في نشاط ٦ ص ٥٨
نمثل $\sqrt{11}$ ، ثم نقل القطعة المستقيمة ليسار لتمثيل $\sqrt{11}$ -
لتمثيل $\sqrt{1}$ - $\sqrt{7}$ نمثل $\sqrt{7}$ - ، ثم نضيف وحدة لليمين .
السؤال الخامس: الإفادة من النظرية (الأعمدة المقامة من منتصف الوتر تمر بالمركز) .
نرسم قطرين ، ثم نصف الأوتار ونقيم أعمدة من المنتصفات ، نقطة تقاطع الأعمدة تكون هي نقطة المركز .

الدرس الثالث (٣ - ٥) صفحة ٦٥

- (١) لرسم الزاوية ٦٠° ، نرسم مثلثاً متساوي الأضلاع فنحصل على الزاوية المطلوبة .
- (٢) لنقسم الزاوية المستقيمة إلى ٣ أقسام متساوية نمد أحد أضلاع المثلث متساوي الأضلاع على استقامته ، ثم نصف الزاوية الخارجية .
- أي ننشئ زاوية قياسها ٦٠° على المستقيم ، ثم ننصف مكملتها أو نكررها (٦٠°) على الجهة الأخرى للمستقيم .
- (٣) لإنشاء معين على أحد الأقطار ، نرسم مثلثين متساوي الساقين على جهتي القطر فنحصل على شكل رباعي جميع أضلاعه متساوية (المعين) .
- يمكن رسم عدد لا نهائي من المعينات على القطر نفسه ، بتغيير طول ساقَي المثلثين المرسومين .
- (٤) لإكمال طائرة الأطفال نقيم عموداً منصفاً للقطر أب للحصول على ثم نصل أطراف القطع المستقيمة .
- يمكننا تغيير طول العمود المنصف لإنشاء طائرات مختلفة ، يمكن رسم الطائرة الورقية على القطعة المرسومة خلال رسم مثلث متساوي الساقين على جهة ، ورسم مثلث آخر متساوي الساقين على الجهة المقابلة بطول ساق مختلف عن الأول .
- يمكن رسم عدد كبير من الطائرات المختلفة مع مراعاة معقولية الشكل الناتج . (من ناحية نظرية عدد لا نهائي من الأشكال) .
- (٥) لإنشاء المظلة نرسم ثلاثة مثلثات متساوية الساقين (متطابقة) ، طول قاعدة كل منها ٢ م ، ويترك اختيار طول ساقَي المثلث للطلاب ، وكل رسم معقول يُعَدُّ مقبولاً .

السؤال الأول:

مجموع قياسات زوايا المضلع = $(n-2) \times 180^\circ$ ، حيث n عدد أضلاع المضلع.
 قياس الزاوية الداخلية للمضلع المنتظم = $\frac{\text{مجموع قياسات زوايا}}{\text{عدد أضلاعه}}$
 مجموع قياسات زوايا المضلع الثماني = $180 \times 6 = 1080^\circ$.
 قياس الزاوية الداخلية للثماني المنتظم = 135° .
 مجموع قياسات زوايا المضلع السباعي = $180 \times 5 = 900^\circ$.
 قياس الزاوية الداخلية للسباعي المنتظم = $128,57^\circ$ تقريباً.
 (٢) نفذ نشاط ٣ ص ٧٠ لحل السؤالين: ٢، ٣

(تمارين ومسائل صفحة ٧٧)

من الأمثلة مربع طول ضلعه وحدتان، مستطيل طوله ٤ وحدات وعرضه وحدة واحدة
 مثلث طول قاعدته ٤ وحدات وارتفاعه وحدتان.
 (٢) (أ ب ج يكافئ Δ أ ج د) (Δ أ ه ج يكافئ Δ ه ج ب) (Δ أ ج س يكافئ Δ س ج د)
 (٣) مساحة المثلث أ د ج = $20 \div 2 = 10$ سم^٢ = $\frac{1}{2} \times \text{القاعدة أ ج} \times \text{الارتفاع د ج}$
 $10 = \frac{1}{2} \times \text{أ ج} \times ٤$
 ومنه: طول أ ج = ٥ سم
 (٤) يمكن رسم متوازيات أضلاع عدة محصورة بين المستقيمين أ ب، ج د وبالتالي مكافئة للمربع أ ب ج د

التمارين صفحة ٧٨ + ٧٩

س ٥ : (أ) مساحة متوازي الأضلاع أ ب د و = مساحة متوازي الأضلاع أ ج ه و
 (مشتركان في القاعدة و محصوران بين متوازيين)
 (ب) مساحة المثلث أ ب ج = مساحة متوازي الأضلاع أ ب د و - مساحة شبه المنحرف أ ج د و
 مساحة المثلث و د ه = مساحة متوازي الأضلاع أ ج ه و - مساحة شبه المنحرف أ ج د و
 من الفرع (أ) ينتج أن مساحة المثلث أ ب ج = مساحة المثلث و د ه
 أي أنهما مثلثان متكافئان وهو المطلوب

دليل المعلم في الرياضيات للصف العاشر الفصل الثاني - موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة

$$\text{س٦: مساحة المثلث أ ب ج} = \frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{ب ج} \times \text{ع} \quad (\text{حيث: ع, ارتفاع المثلث أ ب ج})$$

$$\text{مساحة المثلث د ه و} = \frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$= \text{د و} \times \text{ع} \quad (\text{حيث: ع, ارتفاع المثلث د ه و})$$

$$\text{مساحة المثلث ع ل س} = \frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$= \text{ل س} \times \text{ع} \quad (\text{حيث: ع, ارتفاع المثلث ع ل س})$$

وبما أن: ب ج = د و = ل س والمستقيمان ل و م متوازيان فإن: ع = ع = ع.

ينتج أن مساحة المثلث أ ب ج = مساحة المثلث د ه و = مساحة المثلث ع ل س

س٧: يمكن رسم مثلثات عدة مكافئة، أو أي شكل مساحته تساوي مساحة المثلث المرسوم .

س٨: مساحة المثلث أ ب ج = مساحة المثلث ب ج د ... (١)

(مشاركان في القاعدة ومحصوران بين متوازيين)

مساحة المثلث أ ب م = مساحة المثلث أ ب ج - مساحة المثلث م ب ج ... (٢)

مساحة المثلث د م ج = مساحة المثلث ب ج د - مساحة المثلث م ب ج ... (٣)

من (١) و (٢) و (٣) ينتج أن

مساحة المثلث أ ب م = مساحة المثلث د م ج (متكافئان)

و هو المطلوب

س٩: المثلث أ ب ج و المربع س ب ج د يشتركان في القاعدة و يقعان بين متوازيين

(أضلاع المربع المتقابلة متوازية)

$$(أ) \quad \text{مساحة المربع س ب ج د} = ٢ \times \text{مساحة المثلث أ ب ج}$$

$$= ٨ \times ٢$$

$$= ١٦ \text{ سم}^2$$

$$\text{(ب) طول ب ج} = \sqrt{١٦} = ٤ \text{ سم}$$

س١:

نمثل $\sqrt{3}$ بالطريق السابقة ونبدأ من العدد ١ بدلاً من الصفر	$1 + \sqrt{3}$
نمثل $\sqrt{5}$ ونبدأ من العدد ١- بدلاً من الصفر	$1 - \sqrt{5}$
نبدأ بالصور (١)، ثم نمثل $\sqrt{3}$ على اليسار	$\sqrt{3} - 1$
نمثل $\sqrt{7}$ وننقل الطول الناتج مرتين	$\sqrt{7} \times 2$

س٢: نرسم مثلثاً متساوي الأضلاع فيكون قياس كل من زواياه 60°
ننصف إحدى الزوايا فتنتج زاوية قياسها 30°
ننصفها فتنتج زاوية قياسها 15°

س٣: نرسم المثلث أ ب ج القائم في ب ، ننصف الوتر أ ج في النقطة د
نفتح الفرجار، ونرسم دائرة مركزها د، وننصف قطرها ب د
سوف تقطع الدائرة النقطة أ فيكون أ د نصف قطر للدائرة
أي أن: ب د = أ د = نصف طول الوتر أ ج
أي أنها مثلثات متكافئة ، و هو المطلوب

س٤: نرسم مستطيلاً بمقياس رسم مقبول حسب الأبعاد، ثم نفتحه طولها ١٣ م حسب مقياس الرسم نرسم قوسين من زاويتين متقابلتين، المنطقة المحصورة بين القوسين هي المنطقة المطلوبة.

دليل المعلم في الرياضيات للصف العاشر الفصل الثاني - موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة

$$\text{س ٥ : محيط المربع} = ٢٤ \text{ سم}$$

$$\text{طول ضلع المربع} = ٦ \text{ سم}$$

$$\text{مساحة المربع} = ٣٦ \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة المثلث أ ب ج} = \frac{1}{4} \text{ مساحة المربع}$$

$$= ٩ \text{ سم}^2$$

أ ه قطعة متوسطة في المثلث أ ب ج تقسمه إلى مثلثين متكافئين

$$\text{مساحة المثلث أ ه ج} = \frac{1}{4} \text{ مساحة المثلث أ ب ج}$$

$$= ٩ \text{ سم}^2$$

س ٦ :

مساحة الشكل أ ب ج ز = مساحة الشكل أ ب ج د - مساحة المثلث أ ز د ... (١)

مساحة الشكل د ز و ه = مساحة الشكل د ز و ه - مساحة المثلث أ ز د ... (٢)

من (١) و (٢) وبما أنّ الشكل أ ب ج د يكافئ الشكل أ و د ه

ينتج أنّ مساحة الشكل أ ب ج ز = مساحة الشكل د ز و ه أيّ أنهما متكافئان

الوحدة السادسة المعاملات المالية

تمارين (٦ - ١):

أ . الربح = $٥٠٠ \times ١ \times ٢٠\% = ١٠٠$ دينار

ب . القيمة الحالية للأسهم = $٥٠٠ \times ٢,٧٥ = ١٣٧٥$ ديناراً

ج . النسبة المئوية الفعلية للربح = (مقدار الربح / قيمة الأسهم الحالية) $\times ١٠٠\%$

$$= \frac{١٠٠}{١٣٧٥} \times ١٠٠\% = ٧,٣\%$$

(٢)

(١) قيمة السهم الذي اكتتب به أحمد = $١ + ٤ = ٥$ دنانير

(٢) أ) الربح = $٨٠٠ \times ١ \times \frac{٢٠}{١٦٠} = ١٠٠$ ديناراً

ب) النسبة المئوية الفعلية للربح = $\frac{١٠٠}{٨٠٠ \times ٥} \times ١٠٠\% = ٢,٥\%$

٣) ربح جيهان = $٢٠٠ \times ١ \times ٢٠\% = ٤٠$ دينار.

تمارين (٦ - ٢):

أ) الربح السنوي = $٢٠ \times ١٥٠ \times ٩\% = ٢٧٠$ ديناراً

ب) $٢٧٠ \times ٦ = ١٦٢٠$ ديناراً

ربحها من بنك فلسطين = $١٠٠ \times ٥ \times ١٠\% = ٥٠$ ديناراً

ربحها من البنك الوطني = $١٠٠ \times ٤ \times ١٢\% = ٤٨$ ديناراً

إذن : أفضل ان تشتري من بنك فلسطين .

المبلغ الذي استثمر به = $٦٠ \times ٥٠ = ٣٠٠٠$ دينار.

العائد = الربح + مبلغ الاستثمار

الربح بعد ٥ سنوات = $٣٠٠٠ \times ٥ \times ٨\% = ١٢٠٠$ دينار.

العائد = $٣٠٠٠ + ١٢٠٠ = ٤٢٠٠$ دينار.

$٣٦٠ = ٣٠٠ \times ١٢\%$

$٣٦٠ = ٣٦ \times ١٠$ س ← س = ١٠ دنانير.

دليل المعلم في الرياضيات للصف العاشر الفصل الثاني - موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة

تمارين (٦ - ٣)

$$\begin{aligned} \text{القسط السنوي} &= ٤\% \times ١٢٠٠٠ = ٤٨٠ \text{ ديناراً} \\ \text{مقدار ما دفعه جمال} &= ١٠ \times ٤٨٠ = ٤٨٠٠ \text{ دينار.} \\ \text{مقدار ما تدفعه شركة التأمين} &= ١٠\% \times ١٢٠٠٠ = ١٢٠٠ \text{ دينار.} \\ \text{ربح شركة التأمين} &= ١٢٠٠ - ٤٨٠٠ = ٣٦٠٠ \text{ دينار.} \\ \text{ما تلف من السكر} &= \frac{١}{٥} \times ٥٠٠٠ = ١٠٠٠ \text{ دينار.} \\ \text{ما تلف من الأرز} &= \frac{١}{٤} \times ١٢٠٠٠ = ٣٠٠٠ \text{ دينار.} \\ \text{ما دفعه امين للشركة} &= (١٢٠٠٠ + ٥٠٠٠) \times ٥\% = ١٧٠٠٠ \times ٥\% \\ &= ٨٥٠ \text{ ديناراً.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{خسارة الشركة} &= (٣٠٠٠ + ١٠٠٠) - ٨٥٠ = ٣١٥٠ \text{ ديناراً} \\ &= ٣١٥٠ - ٤٠٠٠ = -٨٥٠ \text{ ديناراً} \\ \text{أ) القسط السنوي} &= ١٠\% \times ٢٤٠٠٠ = ٢٤٠٠ \text{ ديناراً} \\ \text{ب) القسط الشهري} &= ٢٤٠٠ \div ١٢ = ٢٠٠ \text{ دينار.} \\ \text{ج) ما دفعته ماريا للشركة} &= ١٥ \times ٢٤٠٠ = ٣٦٠٠٠ \text{ دينار.} \\ \text{ربح الشركة} &= ٢٤٠٠٠ - ٣٦٠٠٠ = ١٢٠٠٠ \text{ دينار.} \end{aligned}$$

تمارين عامة:

السؤال الأول: $٤٥٠ = ١٠\% \times ١٠٠ \times ٣٠٠٠$ الإجابة ب

السندات الإجابة د

الإجابة ج $١٨٠٠٠ = ١٥ \times ١٢ \times ١٠٠$

السؤال الثاني: الربح = عدد الأسهم \times القيمة الاسمية للسهم \times نسبة الفائدة

$٨٨٠ = ٢٠٠٠ \times ٤ \times \text{س}$ ، $\text{س} = ١١\%$

السؤال الثالث: الجملة = مبلغ الشراء + الربح

$٧٩٢٠ = ٢٠٠٠ \times ٣ + \text{الربح}$ ، $\text{الربح} = ١٩٢٠ \text{ ديناراً}$

الربح = عدد الأسهم \times القيمة الاسمية للسهم \times الفائدة

$١٩٢٠ = ٢٠٠٠ \times ٣ \times \text{الفائدة}$ $\text{الفائدة} = ٣٢\%$

السؤال الرابع: أ) ما دفعته الشركة = $٨٠\% \times ٣٠٠٠٠ = ٢٤٠٠٠ \text{ دينار.}$

ب) ما دفعه الرجل = $١٠ \times ٤٠٠ = ٤٠٠٠ \text{ دينار.}$

خسارة شركة التأمين = $٢٤٠٠٠ - ٤٠٠٠ = ٢٠٠٠٠ \text{ دينار.}$

المكتبة الفلسطينية

الشاملة للمعلم والطالب



تضيير دروس - إقتبارات - أوراق عمل

لتحميل المزيد من موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة

<http://sh-pal.blogspot.com>

تابعنا على صفحة الفيس بوك : <https://www.facebook.com/shamela.pal>

أقسام موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة :

https://sh-pal.blogspot.com/p/blog-page_24.html : الصف الأول

https://sh-pal.blogspot.com/p/blog-page_46.html : الصف الثاني

https://sh-pal.blogspot.com/p/blog-page_98.html : الصف الثالث

https://sh-pal.blogspot.com/p/blog-page_72.html : الصف الرابع

https://sh-pal.blogspot.com/p/blog-page_80.html : الصف الخامس

https://sh-pal.blogspot.com/p/blog-page_13.html : الصف السادس

https://sh-pal.blogspot.com/p/blog-page_66.html : الصف السابع

https://sh-pal.blogspot.com/p/blog-page_35.html : الصف الثامن

https://sh-pal.blogspot.com/p/blog-page_78.html : الصف التاسع

https://sh-pal.blogspot.com/p/blog-page_11.html : الصف العاشر

https://sh-pal.blogspot.com/p/blog-page_37.html : الصف الحادي عشر

https://sh-pal.blogspot.com/p/blog-page_33.html : الصف الثاني عشر

https://sh-pal.blogspot.com/p/blog-page_89.html : ملازم للمتقدمين للوظائف

https://sh-pal.blogspot.com/p/blog-page_19.html : مكتبة الكتب

https://sh-pal.blogspot.com/p/blog-page_40.html : شارك معنا

https://sh-pal.blogspot.com/p/blog-page_9.html : اتصل بنا