

# مادة اثرائية للصف العاشر في مادة الرياضيات



اعداد المعلمة أ. آلاء البرعي

مدرسة العروبة الثانوية للبنات

مديرة المدرسة : أ. زكية الحافي

مشرفا البحث :

أ. سميرة حنيف و أ. عبد الله مهنا

للعام الدراسي ٢٠١٧-٢٠١٨ م

# الوحدة الأولى الاقتارات ورسومها البيانية

## الدرس الأول : الاقتران الزوجي والاقتران الفردي .

**نذكر مربي الطالب :** الاقتران هو علاقة من المجموعة أ الى المجموعة ب ، بحيث يرتبط كل عنصر من عناصر المجموعة أ بعنصر واحد فقط من عناصر المجموعة ب .

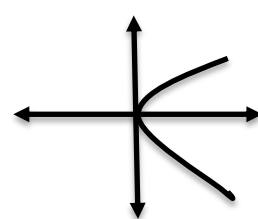
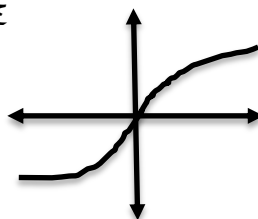
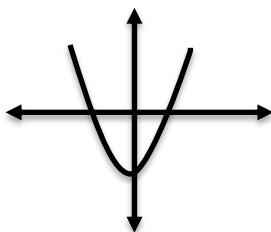
- محور التماثل : هو ذلك الخط المستقيم الذي يقسم الشكل الى قسمين متطابقين . ☒
- الاقتران الزوجي على ح : هو الاقتران الذي يحقق  $ق(س) = ق(-س)$  لكل  $س \in ح$  وأن منحناه متماثل حول محور الصادات . ☒
- الاقتران الفردي ق على ح : هو الاقتران الذي يحقق  $ق(س) = - ق(-س)$  ، لكل  $س \in ح$  ويكون متماثل حول نقطة الأصل . ☒
- انتبه : كل اقتران هو علاقة ولكن ليس كل علاقة هي اقتران . ☒
- تذكر : اذا لم يكن الاقتران زوجيا فليس من الضرورة أن يكون اقترانا فرديا . ☒

## السؤال الأول : ضع علامة $\checkmark$ أمام العبارة الصحيحة وعلامة $\times$ أمام العبارة الخاطئة : -

- ١- ( ) الاقتران الزوجي متماثل حول محور السينات .
- ٢- ( ) كل علاقة تعتبر اقتران .
- ٣- ( ) كل اقتران ثابت هو اقتران زوجي .
- ٤- ( ) الاقتران  $ق(س) = ٤س - ٣$  هو اقتران زوجي .
- ٥- ( ) قاعدة الاقتران الفردي هي  $ق(س) = - ق(-س)$  ، لكل  $س \in ح$  .

## السؤال الثاني : أضع دائرة حول رمز الاجابة الصحيحة في كل مما يلي :-

- ١- قاعدة الاقتران الزوجي هي  $ق(س) = - ق(-س)$  .....  
أ-  $ق(س)$  .  
ب-  $ق(-س)$  .  
ج-  $ق(س)$  .  
د- غير ذلك .
- ٢- الاقتران الفردي متماثل حول .....  
أ- نقطة الاصل  
ب- محور السينات .  
ج- محور الصادات .  
د- المستقيم  $س = ص$  .
- ٣- اذا كان الاقتران  $ق(س)$  هو اقتران فردي فان  $ق(٤ - س) =$  .....  
أ-  $ق(٤)$  .  
ب-  $ق(٤)$  .  
ج-  $ق(٤ - س)$  .  
د-  $ق(-٤)$  .
- ٤- احدى الأشكال التالية يعتبر اقتران زوجي .....  
أ.  
ب.  
ج.



- ٥- احدى الاقترانات التالية يعتبر اقتران فردي .....
- أ-  $ق(س) = س^2 - س$  .  
 ب-  $ق(س) = س^3 - ٥$  .  
 ج-  $ق(س) = \sqrt{س}$  .  
 د-  $ق(س) = س^3$  .
- ٦- اذا كان  $ق(س)$  هو اقتران فردي ، وكان  $ق(٥) = ٨$  ، فان  $ق(-٥) =$  .....
- أ- ٨ .  
 ب- ٨- .  
 ج- ٥ .  
 د- ٥- .

### السؤال الثالث : بيني عدديا أي الاقترانات الآتية ( زوجي ، فردي ، غير ذلك ) :-

$$ق(س) = س^3 - س^2 - ١$$

$$ق(س) = س^4 + س^2 .$$

$$ق(س) = \frac{٤}{٩}$$

$$ق(س) = س^3 - س^٥ .$$

### السؤال الرابع : بيني جبريا أي الاقترانات الآتية ( زوجي ، فردي ، غير ذلك ) :-

$$ق(س) = س^3 + س^٥ .$$

$$ق(س) = س^2 - ١ .$$

$$ق(س) = س^2 - ٢ + س + ١$$

$$ق(س) = س^4 - س^2$$

## السؤال الخامس :- أتحقق جبرياً من صحة العبارة :-

" حاصل ضرب اقترانين فرديين هو اقتران زوجي "

.....

.....

.....

## الدرس الثاني : تمثيل الاقترانات باستخدام الانسحاب

- ✓ عزيزي الطالب تذكر أن : صورة النقطة ( س ، ص ) بعد انسحابها أ وحدة الى الأعلى هي النقطة ( س ، ص + أ ) .
- ✓ صورة النقطة ( س ، ص ) بعد انسحابها أ وحدة الى الأسفل هي النقطة ( س ، ص - أ ) .
- ✓ صورة النقطة ( س ، ص ) بعد انسحابها أ وحدة الى اليمين هي النقطة ( س + أ ، ص ) .
- ✓ صورة النقطة ( س ، ص ) بعد انسحابها أ وحدة الى اليسار هي النقطة ( س - أ ، ص ) .

أتعلم حتى الاقتران ل(س) = ق(س) + ج هو انسحاب لمنحنى الاقتران ق(س) بمقدار ج وحدة الى الاعلى

إذا كان ج < صفر ، و انسحاب الى الأسفل بمقدار |ج| وحدة إذا كان ج > صفر .

منحنى الاقتران ل(س) = ق(س) + ج ( هو انسحاب لمنحنى الاقتران ق(س) بمقدار ج وحدة الى اليسار إذا كان

ج < صفر ، و انسحاب الى اليمين بمقدار |ج| وحدة إذا كان ج > صفر .

طريقة اكمال المربع

$$^2 \left[ \frac{\text{معامل س}}{2} \right]$$

تستخدم هذه الطريقة لتسهيل معرفة وتحديد الانسحابات وذلك باضافة وطرح

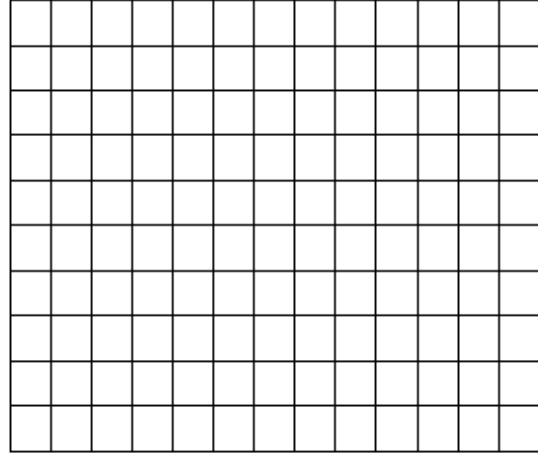
ثم نقوم بترتيب الاقتران .

## السؤال الاول : أكمل الفراغ :-

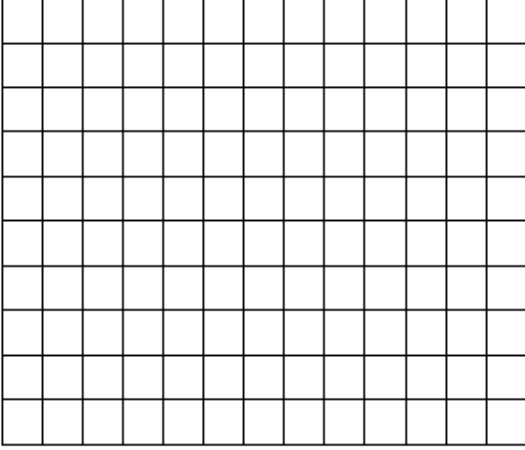
- ١- صورة النقطة (٦،٦) بالانسحاب ٣ وحدات الى الأسفل .....
- ٢- صورة النقطة (س، ص) بالانسحاب ٢ وحدات الى الأعلى .....
- ٣- صورة النقطة (١، ٠) بالانسحاب ٦ وحدات الى اليمين متبوعا بوحدين الى الاسفل .....
- ٤- منحنى الاقتران ص = (س- ١) هو انسحاب لمنحنى ق (س) = س<sup>٢</sup> بمقدار ..... وحدة الى .....
- ٥- منحنى الاقتران ص = س<sup>٢</sup> - ١ هو انسحاب لمنحنى ق (س) = س<sup>٢</sup> بمقدار ..... وحدة الى .....

## السؤال الثاني : أمثل بيانيا الاقترنات الآتية باستخدام التحويلات الهندسية :-

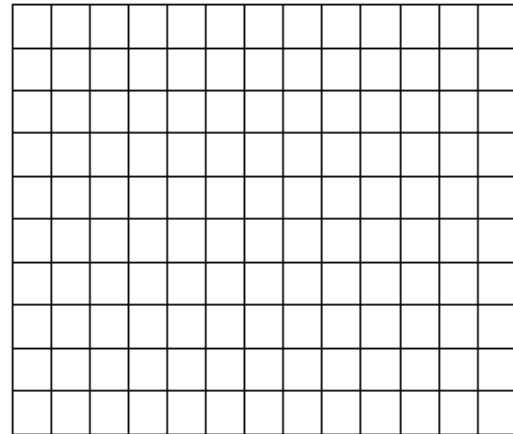
$$ق(س) = س^2 + 1$$



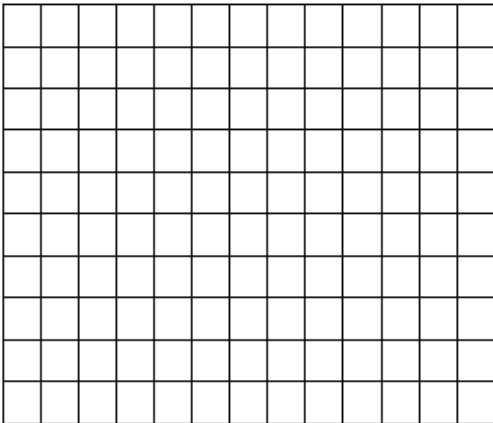
$$ق(س) = س^2 - 2$$



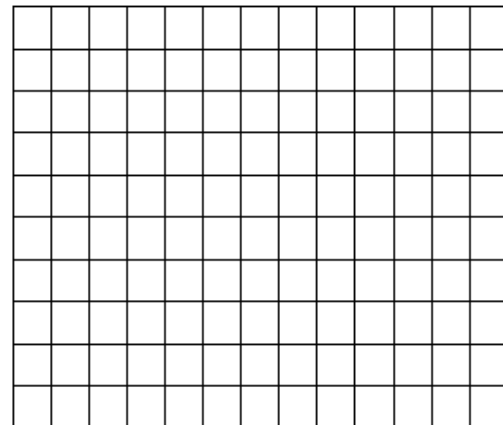
$$ق(س) = (س + 4)^2 - 1$$



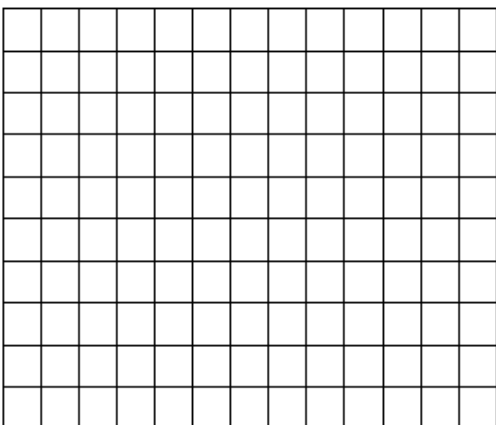
$$ق(س) = (س - 3)^2 + 2$$



$$ق(س) = \sqrt{س + 1}$$

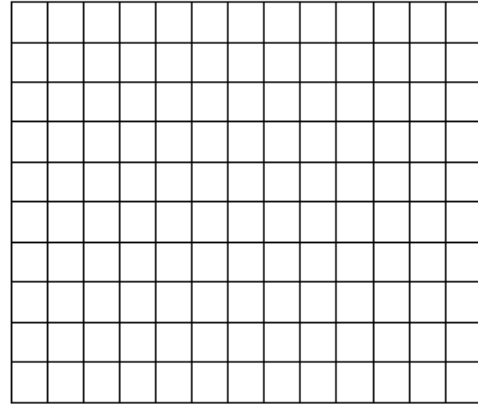
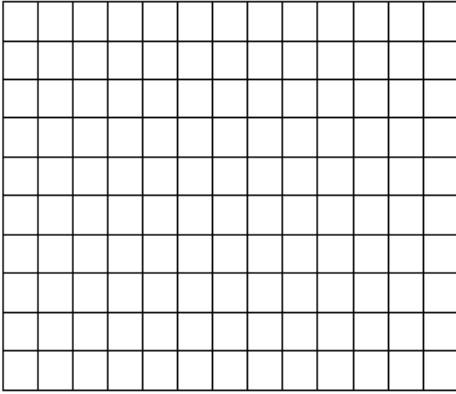


$$ق(س) = \sqrt{س + 3}$$



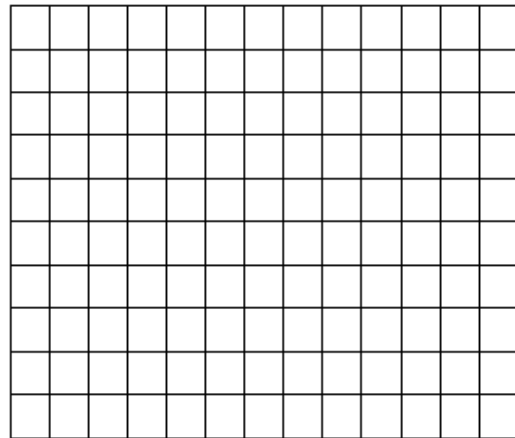
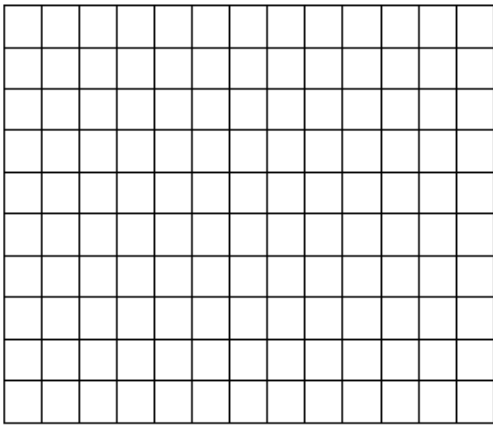
ق(س) =  $\sqrt{1 + س} + ٢$

ق(س) =  $س^٢ - ٢ س + ٤$

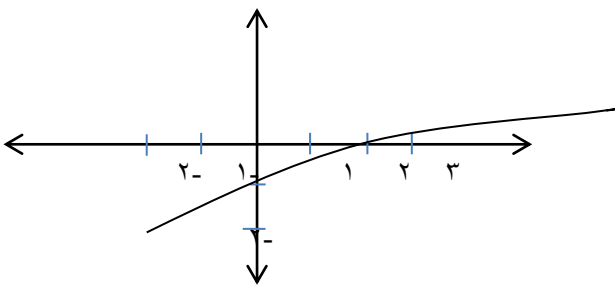


ق(س) =  $س^٢ - ٢ س - ٦$

ق(س) =  $٢(س + ٢)$

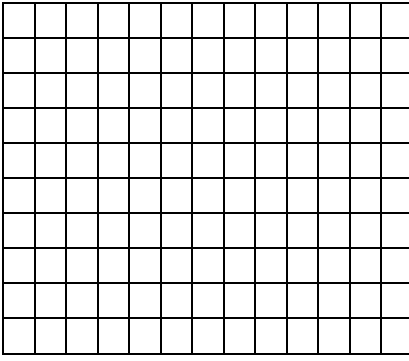


**السؤال الثالث :** بالاعتماد على منحنى ق (س) الممثل بيانيا ، أمثل منحنى الاقتران م (س) = ق(س - ٢) + ٣ .





(٢) ق(س) = - (س<sup>٢</sup> - ٣) معتمدا على منحنى الاقتران م (س) = س<sup>٢</sup> .



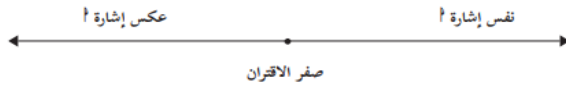
## الدرس الرابع : اشارة الاقتران

### أولاً : الاقتران الثابت

إشارة الاقتران الثابت ق(س) = ج ، ج = ح ، هي إشارة ج نفسها.

### ثانياً : الاقتران الخطي :

**أتذكر:** إشارة الاقتران الخطي ق(س) = أ س + ب ، س = ح ، أ ≠ صفر هي نفس إشارة أ معامل س ، لكل س أكبر من صفر الاقتران ، وعكس إشارة معامل س ، لكل س أصغر من صفر الاقتران .



### ثالثاً : الاقتران التربيعي :

➡ **الحالة الأولى : عندما المميز ب<sup>٢</sup> - ٤ أ ج < صفر .**

❖ للاقتران جذران حقيقيان مختلفان .

❖ الاقتران يقطع محور السينات في نقطتين مختلفتين

➡ **الحالة الثانية : عندما المميز ب<sup>٢</sup> - ٤ أ ج = صفر .**

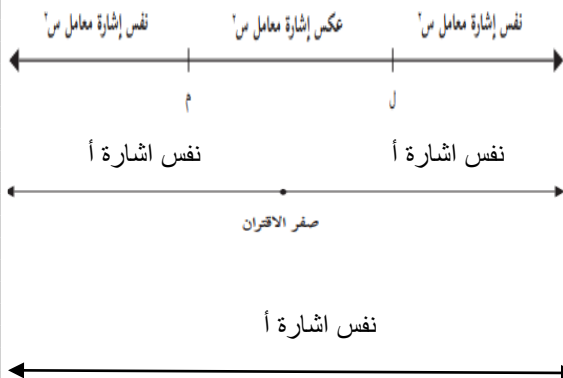
❖ للاقتران جذران حقيقيان متساويان .

❖ الاقتران يمس محور السينات في نقطة واحدة .

➡ **الحالة الثالثة : عندما المميز ب<sup>٢</sup> - ٤ أ ج > صفر .**

❖ الاقتران ليس له جذور حقيقية .

❖ الاقتران لا يقطع محور السينات في أي نقطة .





### رابعاً : الاقتران النسبي

يسمى الاقتران نسبياً اذا كانت قاعدته على الصورة الآتية :  $ق(س) = \frac{ل(س)}{م(س)}$  حيث ل، م كثيرا حدود ، م(س)  $\neq$  صفر. حيث ل

م(س)  $\neq$  صفر .

#### • خطوات تحديد اشارة الاقتران النسبي :-

- ✓ نحدد اشارة البسط .
- ✓ نحدد اشارة المقام .
- ✓ نحدد اشارة ق(س)

### السؤال الأول : ضع علامة $\sqrt{}$ أمام العبارة الصحيحة وعلامة $\times$ أمام العبارة الخاطئة :-

١. ( ) اشارة الاقتران ق(س) = ٦ هي موجبة عدا عند صفر الاقتران .
٢. ( ) اشارة الاقتران ق(س) = صفر هي سالبة دائما .
٣. ( ) صفر الاقتران ق(س) = ٣ س + ٦ هو - ٢ .
٤. ( ) منحنى الاقتران ق(س) = ٣ س + ٣ - ٤ يقع أسفل منحنى السينات عند س < ٤ .
٥. ( ) صفر الاقتران ق(س) = س<sup>٢</sup> - ٢ س - ٣ هما - ١ ، ٣ .
٦. ( ) اشارة الاقترانات التربيعي تكون عكس اشارة معامل س<sup>٢</sup> بين صفري الاقتران ، وما عدا ذلك فهي نفس اشارة معامل س<sup>٢</sup> .
٧. ( ) اذا كان اذا كان ب<sup>٢</sup> - ٤ أ ج > صفر فان للمعادلة التربيعية حل وحيد .
٨. ( ) اشارة الاقتران الخطي على يمين صفر الاقتران تكون نفس اشارة معامل س .

### السؤال الثاني : أضع دائرة حول رمز الاجابة الصحيحة في كل مما يلي :-

١. اذا كان ب<sup>٢</sup> - ٤ أ ج موجب فان للمعادلة التربيعية .....  
 (أ) حلان متساويان (ب) حلان مختلفان  
 (ج) لا توجد حلول (د) غير ذلك
٢. عدد حلول المعادلة الخطية .....  
 (أ) حل وحيد (ب) حلان مختلفان  
 (ج) ثلاثة حلول (د) غير ذلك
٣. اشارة الاقتران ق(س) = -  $\Pi$  هي .....  
 (أ) موجب دائما (ب) سالب دائما  
 (ج) لا يمكن التحديد (د) أ + ب معاً

٤ . اشارة الاقتران ق(س) =  $2 - 4$  س عندما  $s > 2$  هي .....

(أ) موجبة (ب) سالبة

(ج) صفر (د) غير ذلك

٥- يقطع منحنى الاقتران ق(س) =  $s^2 - 4$  عند س = .....

(أ)  $\{4, -4\}$  (ب)  $\{4\}$

(ج)  $\{2\}$  (د)  $\{2, -2\}$

### السؤال الثالث : ابحث اشارة كل من الاقترانات التالية :

ق(س) =  $2 - s$

ق(س) =  $2 - s^2$

.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....

ق(س) =  $s^2 - 9$

ق(س) =  $4 - 6s$

.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....

ق(س) =  $(2 - s)^2$

ق(س) =  $s^2 + 2s + 1$

.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....

ق(س) =  $s^2 - 3$

ق(س) =  $4 - s - s^2$

.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....

ق(س) =  $3 + (4 - s)$

ق(س) =  $5 + 2s - s^2$

.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....

### السؤال الرابع : ابحث في اشارة الاقترانات التالية :-

$$\text{ك(س)} = \frac{\text{س}}{1-\text{س}}, \text{ س} \neq 1, -1.$$

$$\text{ق(س)} = \frac{\text{س}}{1+\text{س}}, \text{ س} \neq 1$$

.....

.....

.....

.....

$$\text{م(س)} = \frac{5}{3-\text{س}}, \text{ س} \neq 3$$

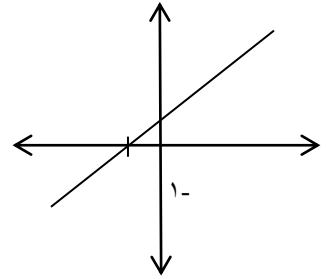
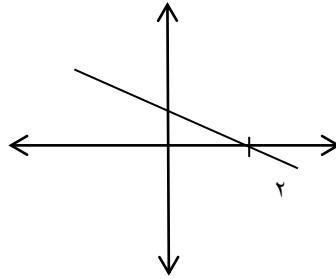
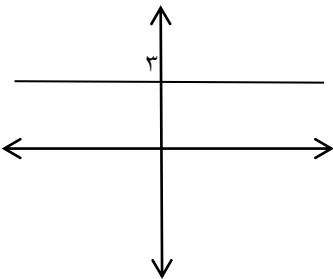
.....

.....

.....

.....

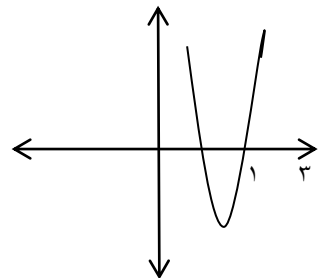
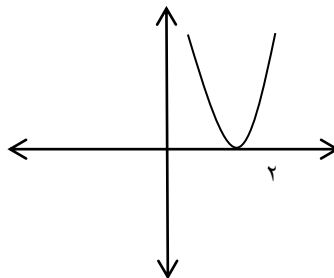
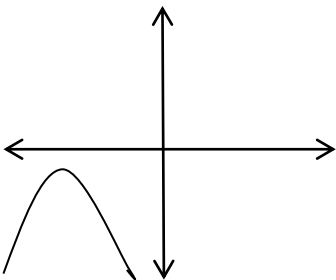
### السؤال الخامس : حدد اشارة الاقترانات التالية على خط الأعداد :-



.....

.....

.....



.....

.....

.....

## الدرس الخامس : حل المتباينات

**السؤال الأول :** ما مجموعة حل كل من المتباينات التالية : -

$$٣ (س - ٤) \leq ٧ + س$$

$$٨ - ٢س > ٢$$

$$١ \geq \frac{س}{٣} + ٢$$

$$٥ \geq (س - ١) ٢$$

$$٥ - س > ٦ - ٢س$$

$$٤ < ٢س$$

$$٤ + س \geq ٣ (س + ٥) - ٢$$

$$٦ - س \leq \text{صفر}$$

$$٣ - س \leq \text{صفر}$$

$$١ + س + ٢س > \text{صفر}$$

### السؤال الثاني : اكتب المعادلة التربيعية التي تظهر في المتباينة على خط الأعداد : -



.....

.....

.....

.....

.....

.....

### السؤال الثالث : لدى مزارع حديقة منزلية مساحتها ٤٨٠ م<sup>٢</sup> ، ولديه سياج من الاسلاك طوله ٥٦ م ، استخدم هذا المزارع كامل

هذا السياج لتسييج جزء مستطيل الشكل من حديقته ، فما هي ابعاد حديقته التي تجعل مساحته لا تقل عن ٩٦ م<sup>٢</sup>

.....

.....

.....

.....

.....

.....

### السؤال الرابع : محل لبيع الفطائر حدد ربحه بالعلاقة : الربح = ١٠٠ - (س - ٢) + ٣٠٠ ، حيث

س هي سعر الفطيرة الواحدة ، فكم دينارا يربح صاحب المحل :

• اذا باع الفطيرة بسعر ٢ ديناراً

.....

.....

.....

• اذا باع الفطيرة بسعر ٤ ديناراً

.....

.....

.....

• ما السعر الذي يمكن أن يبيع به الفطيرة ليكون ربحه أكثر من ٣٠٠ ديناراً ؟

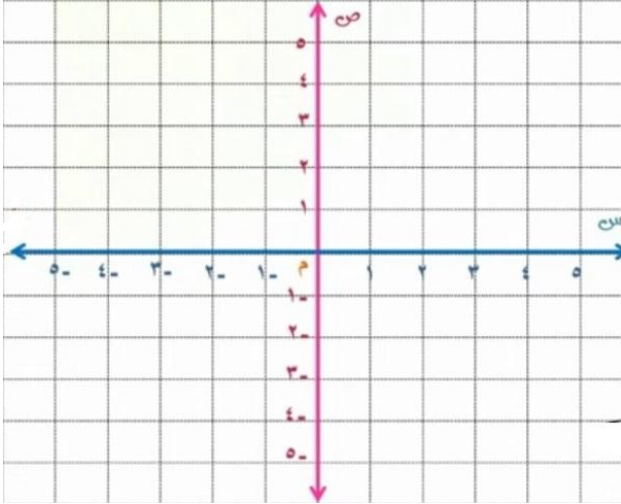
.....

.....

.....

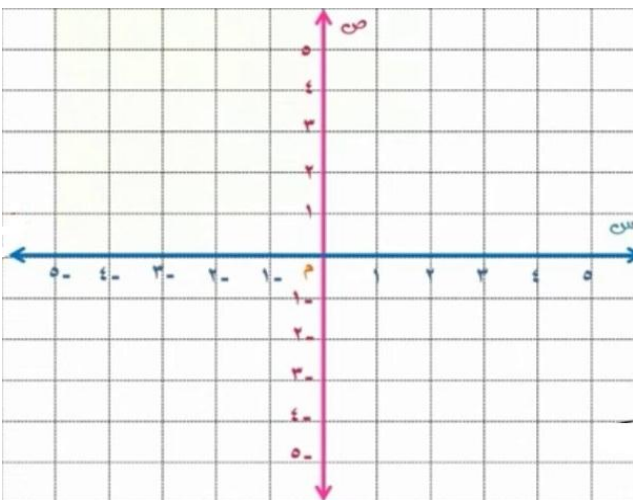
## الدرس السادس : الاقتارات متعددة القاعدة

**السؤال الأول :** أمثل بيانيا الاقتران الذي قاعدته :  $U(s) = \begin{cases} s+3 & s \leq 1 \\ s-2 & s > 1 \end{cases}$



## السؤال الثاني :

أمثل بيانيا الاقتران الذي قاعدته :  $U(s) = \begin{cases} 5 & s > 2 \\ s-3 & s \leq 2 \end{cases}$



## السؤال الثالث : أمثل بيانيا الاقتران الذي قاعدته :

$$ق(س) = |٤ - س|$$

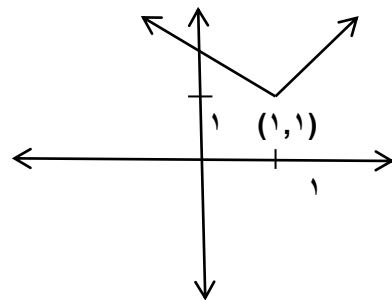
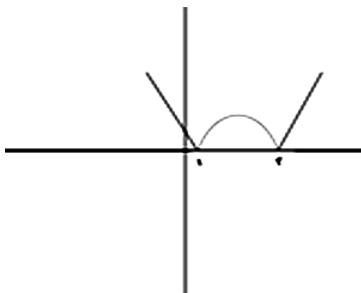
$$ق(س) = |٦ + س|$$

**السؤال الرابع :** أمثل بيانيا الاقتران الذي قاعدته :

$$ق(س) = |٥ - س|$$

$$ق(س) = |٦ - س|$$

**السؤال الخامس :** أكتب قاعدة كل من الاقترانات التي منحنياتها ممثلة بيانيا في الأشكال أدناه :-



### الدرس السابع : اقتران أكبر عدد صحيح

## السؤال الأول : ضع علامة √ أمام العبارة الصحيحة وعلامة x أمام العبارة الخاطئة : -

١. ( ) طول الدرجة للاقتتران ق (س) = [س - ٢] يساوي ١ - .
٢. ( ) طول الدرجة للاقتتران ق (س) = [٢ - ٤س] يساوي  $\frac{1}{4}$  - .
٣. ( ) طول الدرجة للاقتتران ق (س) = [١ +  $\frac{س}{5}$ ] يساوي ٥ - .
٤. ( ) [س + ١,٧] = [س + ١,٧] - .
٥. ( ) الاقتتران ق (س) = [-س] هو انعكاس للاقتتران ق(س) = [س] في محور الصادات .

## السؤال الثاني:- أ حل المعادلات الآتية :-

$$١ = [س٢ - ١]$$

$$٤ = [١ + ٣س]$$

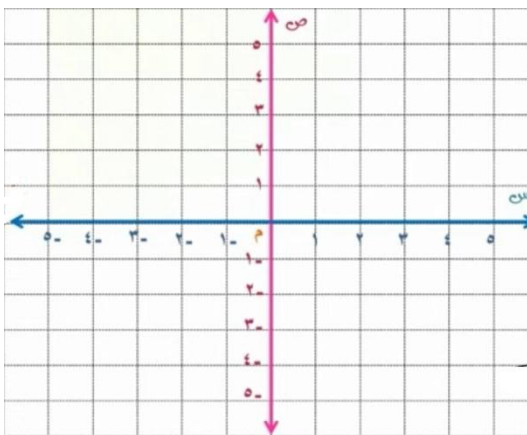
$$١ = \left[ ١ + \frac{س}{٣} \right]$$

$$٠ = \left[ \frac{س}{٤} - ١ \right]$$

## السؤال الثالث: أكتب الاقتتران ق(س) = [٢س] ، باعتباره

اقتترانا متعددًا للقاعدة في الفترة  $[-١, ١]$

ثم مثل منحنى الاقتتران بيانيا



## تلخيص الوحدة الثانية : الاقتترانات الأسية واللوغاريتمية



## الدرس الأول : الاقتران الأسّي

يسمى الاقتران أسياً إذا كان على الصورة :  $ق(س) = أ^س$  ،  $أ \neq ١$  ،  $أ > ٠$  ،  $س \in ح$

$$٠ < أ < ١$$

مثال :  $س(١/٤)$  ،  $س(١/٣)$  ،  $س(١/٢)$  ، ....

$$أ > ١$$

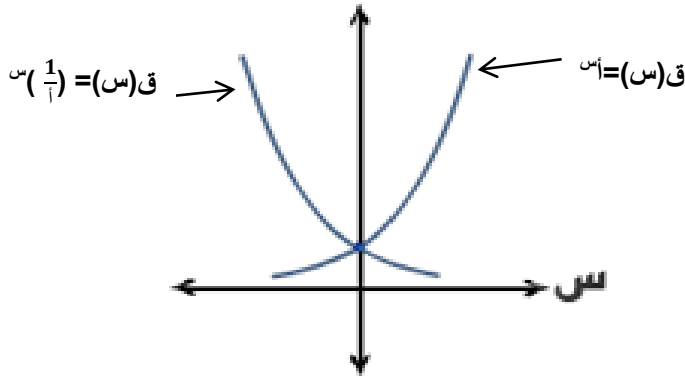
مثال :  $س٢$  ،  $س٣$  ،  $س٤$  ، ....

### خصائصه :-

- \* المجال : مجموعة الاعداد الحقيقية ح
- \* المدى : مجموعة الاعداد الحقيقية الموجبة
- \* يمر بالنقطة ( ٠ ، ١ )
- \* كلما زادت قيم س تقل قيم ص المناظرة لها

### خصائصه :-

- ❖ المجال : مجموعة الاعداد الحقيقية ح
- ❖ المدى : مجموعة الاعداد الحقيقية الموجبة ح<sup>+</sup>
- ❖ يمر بالنقطة ( ٠ ، ١ )
- ❖ كلما زادت قيم س تزداد قيم ص المناظرة لها



الاقتران  $ق(س) = (1/أ)^س$  هو انعكاس للاقتران  $ق(س) = أ^س$  في محور الصادات



### الاقتران الأسّي الطبيعي

هو اقتران أسّي يكون أساسه العدد  $هـ$  ، حيث  $هـ$  عدد غير نسبي له أهمية خاصة في الرياضيات ويساوي تقريبا ٢.٧٢

ملاحظة يمكن توظيف جميع التحويلات الهندسية على الاقتران الأسّي الطبيعي .



## الدرس الأول : الاقتران الأسّي

## السؤال الأول : ضع علامة $\sqrt{}$ أمام العبارة الصحيحة وعلامة $\times$ أمام العبارة الخاطئة : -

- ١- ( ) ( الاقتران ق(س) =  $s^1$  يعتبر اقترانا أسيا
- ٢- ( ) ( منحني الاقتران ق(س) =  $s^3$  يمر بالنقطة (١, ٠)
- ٣- ( ) ( منحني الاقتران ق(س) =  $(\frac{1}{s})^3$  هو انعكاس للاقتران ق(س) =  $s^5$  على محور الصادات
- ٤- ( ) ( مدى الاقتران ق(س) =  $(\frac{1}{4})^s$  هو  $+\infty$
- ٥- ( ) ( العدد النيبيري هـ هو عدد نسبي
- ٦- ( ) ( الاقتران ق(س) =  $(-6)^s$  هو اقتران أسّي
- ٧- ( ) ( مجال الاقتران الأسّي هو مجموعة الأعداد الحقيقية
- ٨- ( ) ( الاقتران ص =  $u^s$  حيث  $u < 1$  يمر بالنقطة (٠, ١)
- ٩- ( ) ( منحني الاقتران ق(س) =  $s^3$  هو اقتران تزايدّي
- ١٠- ( ) ( الاقتران ق(س) =  $s^2 - 1$  هو انسحاب للاقتران ق(س) =  $s^2$  الى اليمين بمقدار ٢ وحدة

## السؤال الثاني : أضع دائرة حول رمز الاجابة الصحيحة في كل مما يلي :-

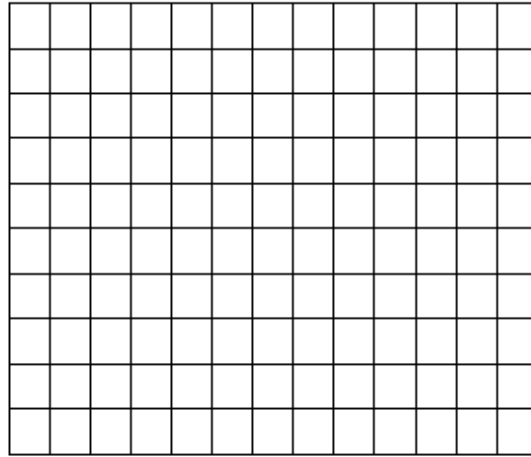
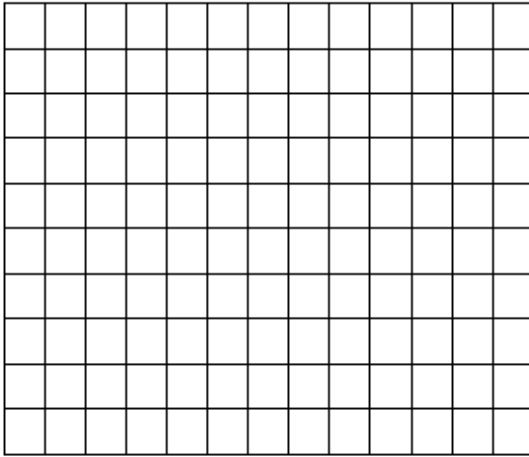
- ١- مجال الاقتران ق(س) =  $h^s$  هو \_\_\_\_\_  
أ - ح      ب -  $+\infty$       ج - ص      د - ليس مما سبق
- ٢- منحني الاقتران ق(س) =  $s^3$  هو اقتران \_\_\_\_\_  
أ - تزايدّي ويمر بالنقطة (٠, ١)      ب - تناقصي  
ج - يمر بالنقطة (٠, ١)      د - تزايدّي ويمر بالنقطة (١, ٠)
- ٣- منحني الاقتران ق(س) =  $s^2 - 3$  يقطع محور الصادات عند النقطة \_\_\_\_\_  
أ - (٠, ٢)      ب - (٢, ٠)      ج - (٢, -٠)      د - (٠, ٢)
- ٤- مدى الاقتران ق(س) =  $s^4 + 1$  هو \_\_\_\_\_  
أ -  $s \leq 1$       ب -  $s \leq 0$       ج -  $s < 0$       د -  $s < 1$
- ٥- منحني الاقتران ق(س) =  $s^6 - 6$  هو انعكاس لمنحني الاقتران ق(س) =  $s^6$  على محور \_\_\_\_\_  
أ - السينات      ب - الصادات      ج - نقطة الأصل      د - المستقيم  $s = 6$
- ٦- أي الاقتران الآتية يعتبر اقترانا أسيا \_\_\_\_\_  
أ - ق(س) =  $s^2$       ب - ق(س) =  $(-3)^s$       ج - ق(س) =  $s^1$       د - ق(س) =  $s^2 + 7 - s^5$
- ٧- في الاقتران الأسّي اذا كانت  $u < 1$  كلما زادت قيم  $s$  ، فان قيم  $u^s$  المناظرة لها \_\_\_\_\_  
أ - تزداد      ب - تقل      ج - ثابتة      د - لا يمكن تحديدها
- ٨- منحني الاقتران ق(س) =  $s^3 - 3$  هو انسحاب للاقتران ق(س) =  $s^3$  بمقدار ٣ وحدات الى \_\_\_\_\_  
أ - اليمين      ب - اليسار      ج - الأعلى      د - الأسفل

- ٩- الاقتران ق (س) = هـ<sup>٢-س</sup> هو انسحاب للاقتران ق(س) = هـ<sup>س</sup> بمقدار ٢ وحدة الى \_\_\_\_  
 أ - اليمين      ب- اليسار      ج - الأعلى      د - الأسفل
- ١٠- الاقتران ق(س) = هـ<sup>-س</sup> هو انعكاس للاقتران ق (س) = هـ<sup>س</sup> على محور :  
 أ - السينات      ب- الصادات      ج - المستقيم ص = س      د- نقطة الأصل

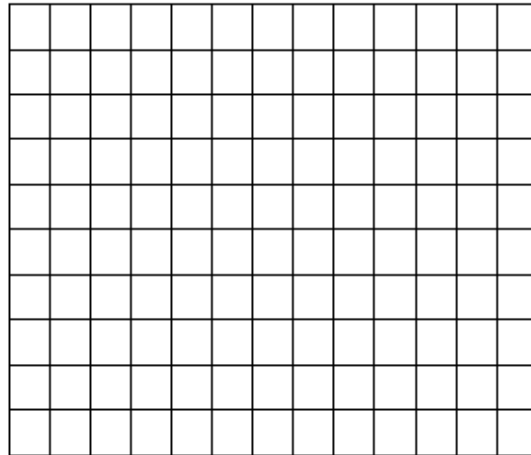
### السؤال الثالث : مثلثي منحني الاقترانات الآتية بيانيا ، ثم أوجد المدى :-

٢- هـ (س) =  $(\frac{1}{3})^s + 1$

١- ق (س) =  $2^s - 2$

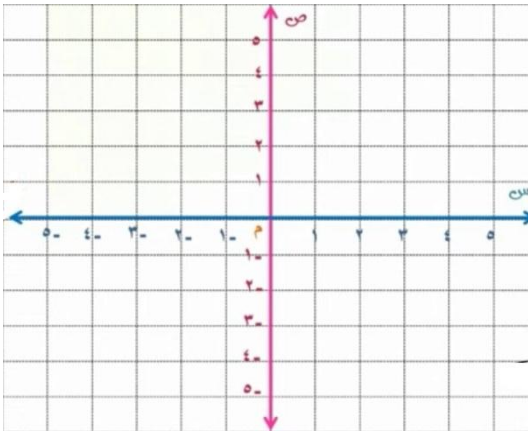


٣- هـ (س) =  $-(2)^s$



### السؤال الرابع : استخدم منحنى ق (س) = هـ<sup>س</sup> ، والتحويلات الهندسية المناسبة لرسم الاقترانات الآتية :-

١- ق (س) = هـ + ٢



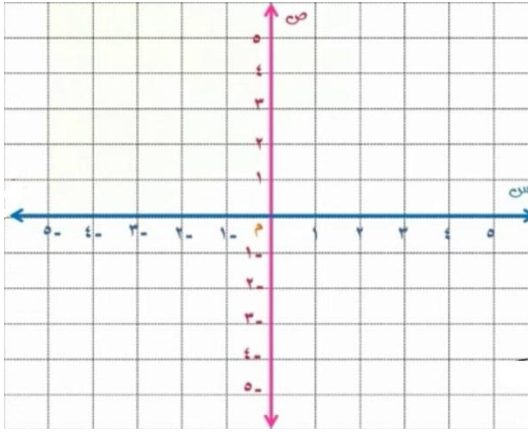
.....

.....

.....

.....

٢- ك (س) = ١ - هـ س



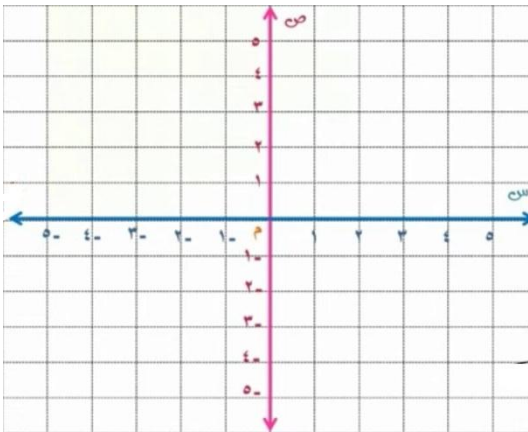
.....

.....

.....

.....

٣- م (س) = ٣ - ٢ س



.....

.....

.....

.....

**السؤال الخامس :** أوجد قيمة كل من أ ، ب لمنحنى الاقتران الذي يمر بالنقطتين ( ٦ ، ١ ) ، ( ٣ ، ٠ ) :-

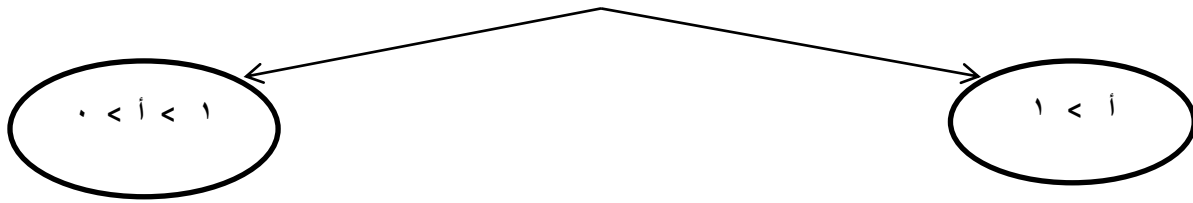
ق (س) - أ (٤) + ب

.....

.....

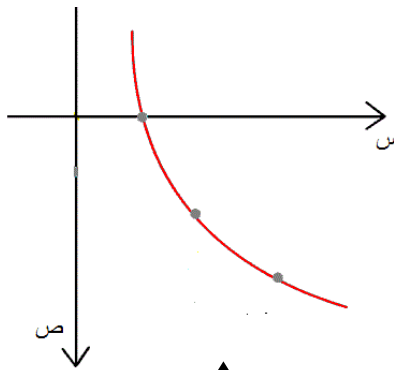
## الدرس الثاني : الاقتران اللوغاريتمي

يسمى الاقتران لوغائيميا اذا كان على الصورة : ق(س) = لو س ، أ ≠ ١ ، ٠ < أ ،



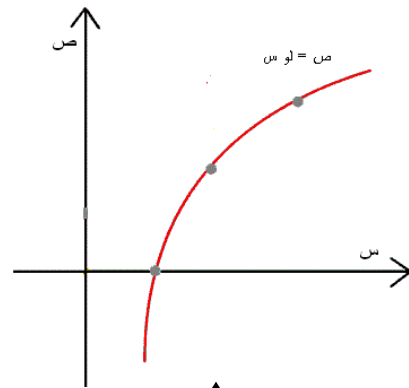
خصائصه :-  $u(s) = l(s) = -l(s)$

- \* المجال : مجموعة الاعداد الحقيقية الموجبة  $^+$
- \* المدى : مجموعة الاعداد الحقيقية ح
- \* يمر بالنقطة  $(0, 1)$ .
- \* كلما زادت قيم  $s$  تقل قيم  $v$  المناظرة لها



خصائصه :-  $u(s) = l(s)$

- ❖ المجال : مجموعة الاعداد الحقيقية الموجبة  $^+$
- ❖ المدى : مجموعة الاعداد الحقيقية ح
- ❖ يمر بالنقطة  $(0, 1)$ .
- ❖ كلما زادت قيم  $s$  تزداد قيم  $v$  المناظرة لها



لاحظ العلاقة بينهما أنها انعكاس على محور السينات

❖ هو الاقتران اللوغاريتمي الذي أساسه العدد النيبيري هـ .

**الاقتران اللوغاريتمي الطبيعي**

❖  $u(s) = l(s)$

- ❖ لاحظ أن الاقتران  $u(s) = l(s)$  هو انعكاس للاقتران  $u(s) = h(s)$  في المستقيم  $v = s$
- ❖ لاحظ أنه يمكن توظيف كل التحويلات الهندسية .

مجاله : مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة .

مثال : أجد مجال الاقتران :  $u(s) = l(s-3)$

الحل : المجال هو  $s-3 > 0 \Rightarrow s > 3$  .

**مجال الاقتران اللوغاريتمي**

## الدرس الثاني : الاقتران اللوغاريتمي

**السؤال الأول** : ضع علامة  $\sqrt{}$  أمام العبارة الصحيحة وعلامة  $\times$  أمام العبارة الخاطئة :-

- ١- ( ) مجال الاقتران ق(س) = لو<sub>٢</sub> (س - ٧) هو س < ٧
- ٢- ( ) منحنى الاقتران ص = لو<sub>٢</sub> س هو انعكاس لمنحنى الاقتران ص = هـ<sup>س</sup> في محور السينات
- ٣- ( ) مجال الاقتران ق(س) = لو<sub>١</sub> س هو مجموعة الأعداد الحقيقية
- ٤- ( ) قيمة لو<sub>٢</sub>  $\frac{1}{8}$  = ٣
- ٥- ( ) قيمة لو<sub>٢</sub> ٨ = ٤
- ٦- ( ) في الاقتران اللوغاريتمي كلما زادت قيم س تزيد قيم ص المناظرة لها
- ٧- ( ) مجال الاقتران ق(س) = لو<sub>٣</sub> (س - ٢) هو ح+
- ٨- ( ) يسمى الاقتران اللوغاريتمي ق(س) = لو<sub>٢</sub> س باللوغاريتم الطبيعي
- ٩- ( ) منحنى الاقتران ق(س) = لو<sub>٢</sub> س هو انعكاس لمنحنى الاقتران ق(س) = ٢<sup>س</sup> على المستقيم ص = س
- ١٠- ( ) منحنى الاقتران ق(س) = لو<sub>٣</sub> س هو انعكاس لمنحنى الاقتران ق(س) = لو<sub>٣</sub> س على محور السينات

### السؤال الثاني : أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يلي :-

- ١- مجال الاقتران ق(س) = لو<sub>٢</sub> س - ٤ هو  
 أ - س > ٤      ب - س < ٤      ج - ح      د - ح - {٠}
- ٢- منحنى الاقتران ق(س) = لو<sub>٢</sub> س هو انعكاس لمنحنى الاقتران هـ (س) = - لو<sub>٢</sub> س على  
 أ - محور السينات      ب - محور الصادات      ج - نقطة الأصل      د - المستقيم ص = س
- ٣- منحنى الاقتران ص = لو<sub>٢</sub> س هو انعكاس لمنحنى الاقتران ص = ٢<sup>س</sup> حول :  
 أ - محور السينات      ب - محور الصادات      ج - نقطة الأصل      د - المستقيم ص = س
- ٤- مدى الاقتران ق(س) = لو<sub>٢</sub> س هو .....  
 أ - ح+      ب - ح      ج - ح      د - ص
- ٥- منحنى الاقتران ق(س) = لو<sub>٢</sub> (س + ٢) هو انسحاب لمنحنى الاقتران ق(س) = لو<sub>٢</sub> س الى .....  
 أ - اليمين      ب - اليسار      ج - الأعلى      د - الأسفل
- ٦- الاقتران ق(س) = لو<sub>٢</sub> س اقتران :  
 أ - تزايدى ويمر بالنقطة (١, ٠)  
 ب - تناقصى  
 ج - يمر بالنقطة (١, ٠)  
 د - تزايدى ويمر بالنقطة (١, ٠)
- ٧- مجال الاقتران ق(س) = لو<sub>٣</sub> (س - ٣) يساوي  
 أ - س ≥ ٣      ب - س ≤ ٣      ج - س < ٣      د - س > ٣
- ٨- منحنى الاقتران ص = لو<sub>٣</sub> (س - ٢) هو انسحاب لمنحنى الاقتران ص = لو<sub>٣</sub> س وحدتين إلى .....  
 أ - الأعلى      ب - الأسفل      ج - اليمين      د - الأسفل
- ٩- مجال الاقتران ص = لو<sub>٢</sub> (س + ٥) يساوي  
 أ - س < ٩      ب - س ≤  $\frac{5}{2}$       ج - س <  $\frac{5}{2}$       د - س >  $\frac{5}{2}$

١٠- محلى الاقتران ق(س) = لو<sub>٢</sub> س + ٣ هو اسحاب لمحلى الاقتران ق(س) = لو<sub>٢</sub> س ثلاثة وحدات إلى .....

د - الأسفل

ج - اليمين

ب - الأسفل

أ - الأعلى

### السؤال الثالث : احسبي قيمة كل مما يأتي :-

(١) لو<sub>٤</sub> ٠.٠٤

(٢) لو<sub>٢</sub> ١٦ - لو<sub>٢</sub> ١٢٨

(٣) لو<sub>٢</sub> ٢١٨٧

(٤) لو<sub>١</sub> ٠.٠٠٠١

### السؤال الرابع : عيني مجال كل من الاقترانات الآتية :-

(أ) ق(س) = لو<sub>١</sub> س - ١

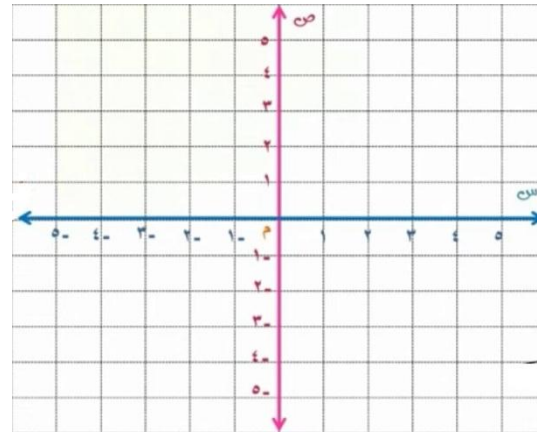
(ب) ق(س) = لو<sub>٢</sub> (٣-٢ س)

(ت) ق(س) = لو<sub>٢</sub> (س - ٢٥)

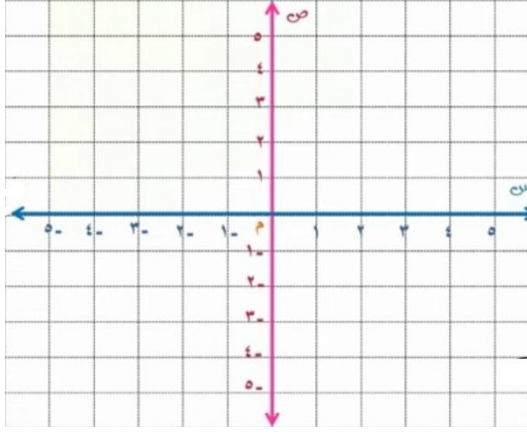
(ح) ق(س) = لو<sub>٢</sub> |س|

**السؤال الخامس :** مستعينا بالتحويلات الهندسية ومنحنى الاقتران ق(س) = لو<sub>٢</sub> س ، أمثل الاقترانات الآتية في المستوى الديكارتي :-

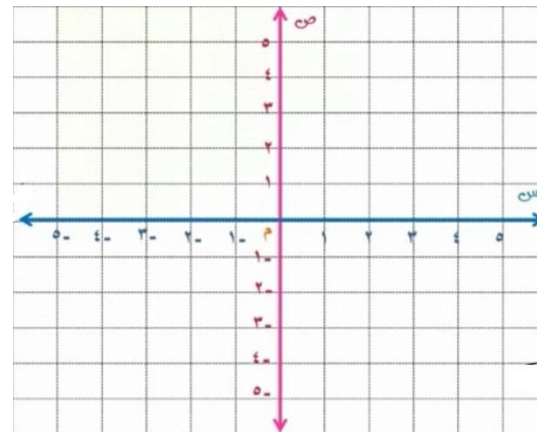
هـ (س) = لو<sub>٢</sub> س + ٢



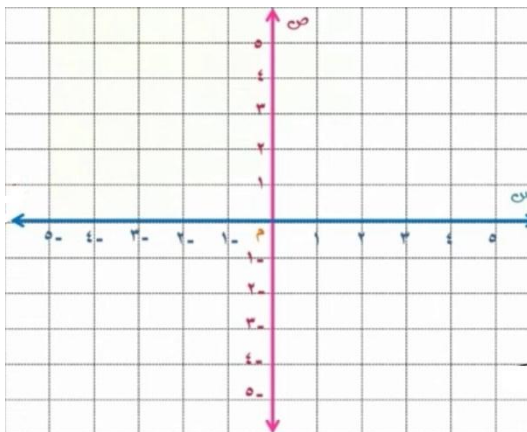
م (س) = لو<sub>٢</sub> (س - ١)



ك (س) = - لو<sub>٢</sub> س



ع (س) = لو<sub>٢</sub> س + ١



**السؤال السادس :** أدرس سلوك الاقتران ق (س) = لو<sub>٢</sub> (س + ٣) من حيث :-



مجاله :

.....

.....

المدى :

.....

.....

مقطعيه السيني والصادي :

.....

.....

## الوحدة الثالثة الاحصاء والاحتمالات

## أولاً: الاحصاء

### عزيزي الطالب تذكر أن :-

- الشكل الناتج من تعيين النقاط في المستوى الديكارتي يسمى شكل الانتشار .
- إذا أمكن رسم مستقيم يمر بمعظم النقاط في شكل الانتشار ، فإن العلاقة بين المتغيرين خطية وتسمى هذه العلاقة الارتباط الخطي .
- معامل الارتباط معنا هما : معامل ارتباط بيرسون ومعامل ارتباط سبيرمان .

- معامل ارتباط بيرسون لمجموعتين من القيم س ، ص يعرف كما يأتي :-

$$r = \frac{\sum (s - \bar{s})(v - \bar{v})}{\sqrt{\sum (s - \bar{s})^2} \sqrt{\sum (v - \bar{v})^2}}$$

- حيث :  $\bar{s}$  الوسط الحسابي لقيم س و  $\bar{v}$  الوسط الحسابي لقيم ص .

- معامل ارتباط سبيرمان لمجموعتين من القيم س ، ص يعرف كما يأتي :-

$$r_s = \frac{\sum_{i=1}^n (F_i - \frac{i}{n+1})(G_i - \frac{i}{n+1})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (F_i - \frac{i}{n+1})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (G_i - \frac{i}{n+1})^2}}$$

حيث : ف : الفرق بين رتب المتغيرين س و ص ، أما ن فهي قيم كل

- لاحظ : يختلف قيمة معامل الارتباط باختلاف طريقة حسابه .
- معامل ارتباط بيرسون أكثر دقة من معامل ارتباط سبيرمان ، لان الاول يعتمد على القيم نفسها أما سبيرمان يعتمد على رتبها .
- عند الحل بطريقة سبيرمان انتبه الى وجود التكرار واتبعي طريقة الوسط الحسابي للرتب

- الانحدار الخطي البسيط :

تسمى المعادلة  $\hat{v} = as + b$  التي تربط بين قيم المتغيرين س ، ص معادلة خط انحدار ص على س حيث :-

$$b = \bar{s} - a\bar{v} \quad \text{و} \quad a = \frac{\sum (s - \bar{s})(v - \bar{v})}{\sum (s - \bar{s})^2}$$

- حيث :  $\bar{s}$  الوسط الحسابي لقيم س و  $\bar{v}$  الوسط الحسابي لقيم ص .

**السؤال الأول :** ضعي علامة ✓ أو X أمام العبارات التالية :

- ١- ( ) شكل الانتشار يعطي صور واضحة ودقيقة عن قوة الارتباط بين متغيرين
- ٢- ( ) الوسط الحسابي للقيم ٥ ، ٦ ، ٨ ، ٩ هو ٧
- ٣- ( )  $1 \geq |r|$
- ٤- ( ) معامل ارتباط سبيرمان أكثر دقة من معامل ارتباط بيرسون
- ٥- ( ) لا تختلف قيمة معامل الارتباط باختلاف طريقة حسابه
- ٦- ( ) معامل ارتباط سبيرمان يعتمد على رتب القيم
- ٧- ( ) إذا أمكن رسم مستقيم يمر بمعظم النقاط في شكل الانتشار ، فإن العلاقة بين المتغيرين غير خطية
- ٨- ( ) معادلة خط الانحدار هي  $\hat{ص} = أس + ب$
- ٩- ( ) إذا كانت  $r = 1$  فإن الارتباط ايجابي تام
- ١٠- ( ) قيم معامل الارتباط  $r$  تنتمي الى الفترة  $[-1, 1]$

### السؤال الثاني : اختاري الاجابة الصحيحة مما بين القوسين :-

- ١- أي القيم الآتية لا يمكن أن تمثل معامل ارتباط بيرسون الخطي بين متغيرين  
 أ. ١,٤ ب. ١ ج. -١ د. صفر
- ٢- الوسط الحسابي للقيم التالية ٤ ، ٣ ، ٢ ، ٧ هو  
 أ. ٣ ب. ٢ ج. ٤ د. ٧
- ٣- قيمة المقدار  $|r| \geq 1$  يساوي  
 أ.  $r \geq 1$  فقط ب.  $r \leq -1$  ج.  $-1 \leq r \leq 1$  د.  $-1 > r > 1$
- ٤- إذا كانت معادلة خط انحدار ص على س هي  $\hat{ص} = ٥س - ٢$  فإن قيمة  $\hat{ص}$  عندما  $س = ٢$  .....  
 أ. ١ ب. ٢ ج. -١ د. ٥,٠
- ٥- إذا كانت معادلة خط انحدار ص على س هي  $\hat{ص} = \frac{1}{٢}س + ب$  وكانت  $\overline{س} = ٨$  ،  $\overline{ص} = ٧$  فإن قيمة ب = .....  
 أ.  $\frac{1}{٢}$  ب. ٢ ج. ٤ د. ٣

### الدرس الثاني : معامل ارتباط بيرسون

## السؤال الأول : احسبي معامل ارتباط بيرسون للبيانات في الجدول الآتي :

س	١٠	٨	٥	١٦	٦	١٥
ص	٩	٧	٥	١٥	٦	١٢

(ب) احسبي معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص :

س	٢-	٣	٤	٢	٣
ص	٤	٢	٣	٢	٤

(ج) اذا كان س ، ص متغيرين لعينة حجمها ١٠ ، حيث

$$\sum_{i=1}^n S_i = 13, \sum_{i=1}^n V_i = 6, \sum_{i=1}^n S_i^2 = 40, \sum_{i=1}^n V_i^2 = 19, \sum_{i=1}^n S_i V_i = 53,$$

احسب معامل ارتباط بيرسون بين س ، ص

## الدرس الثالث: معامل ارتباط سبيرمان

### السؤال الأول :

(أ) يمتل الجدول الآتي الدخل الشهري (س) لست أسر فلسطينيه ومجموع نفقاتها (ص) بالدينار الأردني

س	٦٠٠	٨٠٠	٧٠٠	٤٠٠	٦٥٠	٥٥٠
ص	٥٥٠	٧٥٠	٧٠٠	٥٠٠	٥٠٠	٤٠٠

احسبي معامل ارتباط الرتب

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(ب) يبين الجدول التالي العلاقة بين كمية السماد وكمية الانتاج بالطن لمجموعة من القطع الزراعية

القطع الزراعية	الأولى	الثانية	الثالثة	الرابعة
س	٣	٤	٣	٢
ص	٨	٩	٧	٤

١ - ارسم شكل الانتشار للعلاقة بين المتغيرين أعلاه

٢ - احسب معامل ارتباط سبيرمان بين المتغيرين

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(ج) جد معامل ارتباط سبيرمان للرتب بين المتغيرين س ، ص في عينه حجمها ٥ عناصر ، اذا علمت ان

$$\sum F^2 = 33,5$$

.....

.....

.....

.....

(د) حسب معامل ارتباط سبيرمان للرتب فكان  $\frac{17}{33}$  ، فاذا علمت ان مجموع مرتبات الفروق بين الرتب المتناظرة للمتغيرين هو ٨٠ ، احسب حجم العينة

.....

.....

.....

.....

### السؤال الثاني : يمثل الجدول التالي بيانات للمتغيرين س ، ص .

س	٣-	٢	٢	٥	٤
ص	٨	٥	٦	٥	١

١ - ارسم شكل الانتشار للعلاقة بين المتغيرين

٢ - جد معامل ارتباط بيرسون ومعامل سبيرمان وقارن بين الجوابين

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## الدرس الرابع : الانحدار الخطي البسيط

( أ ) جد معادلة خط الانحدار ص على س للبيانات التالية

س	٢٠	٢٧	٢٣	٣٢	٣٥	٣١
ص	٢٢	٢٥	٢٠	٣٠	٣٢	٣٧

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

( ب ) جد معادلة خط الانحدار ص على س للبيانات :

س	٦	٩	٨	٧	٥
ص	٩	١٣	١٢	١٢	٩

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

( ج ) اذا كانت معادلة خط الانحدار ص على س هي :  $\hat{ص} = ٠.٥ س - ٢$

فاذا علمت أن  $\overline{ص} = ٤$  ، جد  $\overline{س}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## الدرس الخامس : مبدأ العد

**عزيزي الطالب تذكر أن :** يوجد دائما أمام الانسان خيارات متعددة لاجراء معين ولكنها ليست كافية فنحتاج الى الحصول على كل الخيارات والطرق التي تؤدي لذلك الاجراء فيساعده مبدأ العد الأساسي .

➡ مبدأ العد الأساسي : عند اجراء عملية ما على خطوات ك بحيث تتم الأولى بطرق ل<sub>١</sub> والثانية بطرق ن<sub>٢</sub>.....حتى الاخيرة ن<sub>٤</sub> . فان عدد الطرق الكلية =  $ل_١ \times ل_٢ \times \dots \times ل_٤$

➡ تعريف : اذا كان ن عددا صحيحا موجبا فان مضروب العدد ن ويرمز له بالرمز ن! :

$$ن! = (١-ن)(٢-ن) \times \dots \times ٣ \times ٢ \times ١ , \quad ١! = ١$$

### السؤال الأول : اختر الاجابة الصحيحة مما يلي :

- (١) اذا أراد أحمد اختيار بنظلا من بين اثنين وقميصا من بين خمس قمصان فان عدد الاختيارات هي :  
 أ. ٢      ب. ٥      ج. ١٠      د. ٧
- (٢) بكم طريقة يمكن تكوين فريق عمل مكون من مهندس وفني وعامل من بين ٤ مهندسين و ٣ فنيين و ٦ عمال هي :  
 أ. ٤٢      ب. ٧٢      ج. ١      د. ١٣
- (٣) عدد طرق وقوف ثلاث سيارات في موقف للسيارات به خمس مواقف في صف واحد هو :  
 أ. ١٢٥      ب. ٦٠      ج. ١٢      د. ٦
- (٤) عدد طرق جلوس أربعة أشخاص على أربعة مقاعد في صف هو :  
 أ. ٢٤      ب. ١٦      ج. ٨      د. ١
- (٥) يمكن ترتيب كلمة " نابلس" بعدد من الطرق هي :  
 أ. ٢٤      ب. ٤٢      ج. ٦      د. ١٢٠
- (٦)  $٦! + ٤! =$   
 أ. ٢٦      ب. ٢٨      ج. ٤٦      د. ٣٠
- (٧)  $١٥! \times ٣! =$   
 أ. ١٥!      ب. ٨!      ج. ١٦!      د. ١٢!
- (٨)  $٧٢ \times ٧! =$   
 أ. ١٩!      ب. ٨!      ج. ٧!      د. غير ذلك



$$= !١ - !٠ \quad (٩)$$

أ. صفر      ب. ١      ج. ٢      د. ٣

$$!١٠ = !٢٤ ، \text{ فإن } ن = \quad (١٠)$$

أ. ٦      ب. ٥      ج. ٤      د. ٨

$$= \frac{!(٣)}{!٣} \text{ قيمة} \quad (١١)$$

أ. ١      ب. ٢      ج. ٤٠      د. ١٢٠

$$= \frac{!(٣+٧)}{!(١+٧)} \quad (١٢)$$

أ.  $(٢+ن)(٣+ن)$       ب.  $١ \times (١+ن)(٢+ن)$   
ج.  $ن \times (٣+ن)$       د.  $(١+ن)(٢+ن)(٣+ن)$

$$= \frac{!(٢+٧)}{!٧} \text{ قيمة} \quad (١٣)$$

أ.  $(٢+ن)$       ب.  $ن$       ج.  $(١+ن)(٢+ن)$       د.  $!(١+ن)$

### السؤال الثاني : ضعي علامة ✓ أو ✗ :

١.  $ن! = ن(ن-١)(ن-٢)!$  ( )

٢.  $!٢ + !٣ = !(٢+٣)$  ( )

٣.  $!٢ - !٥ = !(٢-٥)$  ( )

٤.  $!٥ \times ٤٢ = !٧$  ( )

٥.  $٤ = \frac{٦!}{٢!}$  ( )

٦.  $!٣ \times ٤ = !٣ - !٤$  ( )

٧.  $\frac{٢}{٣} = \frac{١}{!٣} + \frac{١}{!٢}$  ( )

### السؤال الثالث : أكمل الفراغات التالية :-

- (١) يعمل في شركة ٣ مهندسين و ٥ فنيين و ١٠ عمال ، بكم طريقة يمكن تكوين فريق عمل مكون من مهندس وفني وعامل هو .....
- (٢) مطعم يقدم ٨ أنواع من الشطائر و ٤ أنواع من السلطات و ٣ أنواع من الحساء ، كم عدد الوجبات التي يمكن أن يقدمها يوميا في الغذاء على أن تشمل الوجبة يوميا نوعا واحدا من كل الشطائر والسلطات والحساء هو .....
- (٣) بكم طريقة يمكن اختيار رئيسا ونائبا للرئيس وسكرتيرا لمجلس بلدي مكون من ١٢ عضو بحيث لا يشغل العضو الواحد مركزين مختلفين .....
- (٤) لمدينة القدس سبعة أبواب ، فان عدد الطرق التي يمكن الدخول للمدينة والخروج من باب آخر هو .....
- (٥) كم عددا مؤلفا من منزلتين يمكن تكوينه من مجموعة أرقام {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦} ، وإذا سمح بتكرار الرقم هو .....

### السؤال الرابع : أجب حسب ما هو مطلوب :

❖ أحسب قيمة المقدار :

(١)  $!٢ + !٣ =$  .....

(٢)  $!(٣ + ٢) =$  .....

(٣)  $!٨ - !٥ =$  .....

(٤)  $!٤ + !١٠ =$  .....

(٥)  $!٣ - !١ =$  .....

(٦)  $!(٥ - ٨) =$  .....

(٧)  $!٢ \times ٢ =$  .....

(٨)  $\frac{!٧}{!٤} =$  .....

(٩)  $\frac{!٧}{!٢ \times !٤} =$  .....

(١٠)  $\frac{!٣ \times !٦}{!٤ \times !٧} =$  .....

## ❖ جد مجموعه الحل :

$$(١) \quad (٢ - ١) = ١! \quad \dots\dots\dots$$

$$(٢) \quad (٣ - ٢) = ١! \quad \dots\dots\dots$$

$$(٣) \quad (٣ + ٢) = ٢! \quad \dots\dots\dots$$

$$(٤) \quad ٣ = \frac{!(١+٢)}{!٢} \quad \dots\dots\dots$$

$$(٥) \quad ١٢ = \frac{!٣}{!(٣-٢)} \quad \dots\dots\dots$$

$$(٦) \quad ٣٠ = \frac{!(١+٢)}{!(١-٢)} \quad \dots\dots\dots$$

## الدرس السادس : التباديل

**عزيزي الطالب تذكر أن :-** تعرف التباديل بأنها عدد الترتيبات المختلفة المتكونة لاجراء عملية ما . " عدد الطرق المختلفة مع مراعاة الترتيب " من أهم التطبيقات على مبدأ العد الأساسي .

➡ تعريف : عدد تباديل ن من العناصر مأخوذة جميعا في كل مرة هو ن! ويرمز له بالرمز ل(ن ، ن) حيث  $٧ \in \mathbb{N}^+$

$$\text{➡ ل}(٧, ٧) = ٧! = ٧(٧-١)(٧-٢) \times \dots \times ٢ \times ١$$

➡ بشكل عام : عدد التباديل الرائية لمجموعة مكونة من ن من العناصر يرمز لها بالرمز ل(ن، ر) =  $\frac{!٧}{!(٧-٢)}$  ، حيث ن

$$٧ \leq ٢$$

➡ بشكل عام : يمكن كتابة ل(٧، ٢) =  $٧(٧-١)(٧-٢) \times \dots \times (٢-١)(١+٢-٧)$

### السؤال الأول : اختر الاجابة الصحيحة مما بين القوسين :-

- (١) يمكن ترتيب كلمة " نابلس " بعدد من الطرق :.....
- أ- ٢٤      ب- ٤٢      ج- ١٢٠      د- ٦
- (٢) عدد الكلمات المختلفة التي يمكن تكوينها عند أخذ ٤ حروف من كلمة " رياضيات " .....
- أ- ٣٥      ب- ٨٤٠      ج- ٢١٠      د- ٢٠٠
- (٣) قيمة ل(٨ ، ٤) = .....
- أ- ١٦٨٠      ب- ١٦٧٧      ج- ٢٣٣٠      د- ١٦٦٦

- ٤) قيمة المقدار : ل (٢، ٣) - ل (٢، ٦) = .....  
 أ- ل (٢، ٣) ب- ل (٠، ٣) ج- ٢٤ د- ٦
- ٥) قيمة المقدار  $\frac{ل(٢،٥)}{ل(٠،٣)} = \dots\dots\dots$   
 أ- ١٥ ب- ١٠ ج- ١ د- ٢٠
- ٦) اذا كان ن = ١٢٠ فان قيمة ل (ن، ٣) = .....  
 أ- ١٠ ب- ٦٠ ج- ١٢٠ د- غير ذلك
- ٧) أي القيم يمكن أن تساويها ل (ن، ٣) = .....  
 أ- ٤٢ ب- ٢٤ ج- ٢٥ د- ٢٧
- ٨) اذا كان (ن، ٥) = ٥ × ٦ × ٧ × ٨ × ٩ فان قيمة ن = .....  
 أ- ٥ ب- ٩ ج- ٨ د- ٦
- ٩)  $\frac{ن!}{(ن-ر)!} = \dots\dots\dots$   
 أ- ل (ن، ن) ب- (ر<sup>ك</sup>) ج- ل (ن، ر) د- غير ذلك
- ١٠) اذا كان ل (٩، ر) = ٥٠٤ فان ل (٢ + ١، ٤) = .....  
 أ- ٣٠٢٤ ب- ٨٤٠ ج- ٢٥٢٠ د- ٤٨٠

### السؤال الثاني :- أجب حسب ما هو مطلوب :

١) عدد الأعداد المكونة من ثلاث منازل التي يمكن تكوينها من المجموعة {٩، ٢، ٣، ٥، ٤} اذا لم يسمح بتكرار الرقم في أكثر من منزلة ؟

.....  
 .....

٢) بكم طريقة يمكن لخمس أشخاص الجلوس في ٨ مقاعد على خط مستقيم علما بأنهم اتفقوا على أن يجلس أحدهم في المكان الاول على أقصى اليمين ؟

.....  
 .....

٣) من أحرف كلمة **أحمد** أوجد عدد الكلمات التي يمكن تكوينها من ثلاثة أحرف مختلفة يكون الحرف الثالث في الكلمة هو الحرف م ؟

.....  
 .....

٤) ما قيمة المقدار  $\frac{ل(٢،٥)}{ل(٠،٣)} = \dots\dots\dots$

### السؤال الثالث :- جد قيمة المجهول :

(١) اذا كان  $n! = 24$  فما قيمة  $l(2, 3) =$

(٢) اذا كان  $l(3, n) = 720$  فما قيمة  $(n - 3)!$

(٣) اذا كان  $l(n, 4) = 3 \times l(3, n)$

(٤) اذا كان  $(\frac{1}{n})! = 120$  فما قيمة  $l(3, n)$

(٥) اذا كان  $m + n = 15$  ،  $l(m - n, 2) = 42$  فما قيمة  $m$  ،  $n$

(٦) اذا كان  $l(n, r) = 720$  أوجد قيم  $n$  ،  $r$  الممكنة ؟

### الدرس السابع :- التوافيق

#### عزيزي الطالب تذكر أن :-

➡ التوافيق : اختيارات غير مرتبة ( مجموعة جزئية لها نفس عدد العناصر ) يمكن تكوينها راء راء من مجموعة فيها

$$n \text{ من العناصر ويرمز لها بالرمز } \binom{n}{r} = \frac{l(n, r)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

ونقرأ أن فوق  $r$  بحيث  $r \leq n$  .

➡ القوانين :-  $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$  ،  $n = \binom{n}{1}$  ،  $1 = \binom{n}{n}$  ،  $1 = \binom{n}{0}$

➡ اذا كان :-  $\binom{n}{r} = \binom{n}{m}$  فان  $r = m$  أو  $r + m = n$

## السؤال الأول :- اختر الاجابة الصحيحة مما بين القوسين :-

$$1. \dots\dots\dots = \binom{10}{10}$$

أ- ن! ب- ن ج- ١ د- صفر

٢. عدد طرق انتخاب لجنة بها ٣ أعضاء من بين ٨ طلاب هو .....

أ- ٣٣٦ ب- ٦ ج- ١٠ د- ٥٦

٣. التقى ٥ أصدقاء فصافح كل منهما الآخر ، فان عدد المصافحات التي تمت بين الأصدقاء هو .....

أ- ٢٠ ب- ٩ ج- ١٠ د- ١

$$4. \dots\dots\dots = \binom{7}{4}$$

أ-  $\binom{7}{5}$  ب-  $\binom{7}{3}$  ج-  $\binom{7}{2}$  د-  $\binom{7}{7}$

$$5. \dots\dots\dots = \binom{10}{2} = \binom{10}{8} \text{ فان } n = \dots\dots\dots$$

أ- ٩ ب- ٦ ج- ٧ د- ٨

$$6. \dots\dots\dots = \binom{1+10}{5} = \binom{1+10}{6} \text{ فان } n = \dots\dots\dots$$

أ- ٩ ب- ١١ ج- ٨ د- ١٠

٧. اذا كان صندوق يحتوي على ٧ كرات بيضاء . ٥ كرات حمراء فان عدد طرق سحب ٤ كرات معا اذا لم نهتم باللون .....

أ-  $\binom{7}{4}$  ب- ل (١٢ ، ٤) ج- ل (٤ ، ٧) د-  $\binom{12}{4}$

$$8. \dots\dots\dots = \binom{9}{2} = \binom{9}{7-2} \text{ فان قيمة } s = \dots\dots\dots$$

أ- ٢ ب- ٣ ج- ٣ د- ٤

$$9. \dots\dots\dots = \binom{36}{2} = \binom{36}{36-2} \text{ فان } k = \dots\dots\dots$$

أ- ٣٦ ب- ٨ ج- ٩ د- ٧٢

$$10. \dots\dots\dots = \binom{10}{r} \text{ فان قيمة } k \text{ من } n, r \text{ على الترتيب : } \dots\dots\dots$$

أ- ٤ ، ١٠ ب- ٦ ، ٣ ج- ٩ ، ٤ د- ١٠ ، ٣

**السؤال الثاني:** ضع علامة ☒ أمام العبارة الصحيحة وعلامة ☐ أمام العبارة الخاطئة :- .

(١) عدد طرق تشكيل لجنة مكونة من ٤ طلاب من بين خمس طلاب هو  $5 = \binom{5}{4}$

(٢)  $1 = \binom{7}{7}$

(٣)  $4 = \binom{4}{1}$

(٤)  $12 = \binom{5}{0} + \binom{5}{2}$

(٥)  $\binom{2}{1} = (1, 2)$

**السؤال الثالث :-** أجب حسب المطلوب :

(١) أوجد عدد المستقيمات التي يمكن رسمها بين زوايا الشكل السباعي

(٢) كم لجنة من بين ٥ أشخاص يمكن تكوينها من ٤ بنات و ٣ أولاد

(٣) كم لجنة من ٥ أشخاص يمكن تكوينها من بين ٦ بنات و ٣ أولاد وإذا اشترط وجود بنتين في كل لجنة .

(٤) يراد تشكيل لجنة من ٣ مهندسين و ٥ عمال من مجموعة مكونة من ٥ مهندسين و ١٠ عمال ، فما عدد الطرق ؟

(٥) ١٠ أطباء يراد ترشيح ٣ منهم للسفر لحضور مؤتمر علمي في إنجلترا و ٢ آخرين منهم لحضور مؤتمر علمي في الهند في نفس الوقت بكم طريقة يمكن اختيار البعثتين

(٦) عدد أقطار الشكل السباعي

(٧) عدد أقطار الشكل السداسي

ملاحظة

قانون عدد أقطار الشكل  $n - \binom{n}{2}$  ، حيث  $n$  عدد الأضلاع

## السؤال الرابع : جدي قيمة المجهول :-



$$(1) \text{ أثبتني أن : } {}^{\circ} 2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$(2) \text{ ، جدي قيمة ن ؟ } 10 = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$(3) \text{ ، جدي قيمة ن ؟ } 4 = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$(4) \text{ ، جدي قيمة ن ؟ } \frac{24}{1 \times 2 \times 3} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$(5) \begin{pmatrix} 75 \\ 5 + 3س \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 75 \\ 4س \end{pmatrix}$$

$$(6) \begin{pmatrix} 17 \\ 1 - 3ر \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 \\ 5 + ر \end{pmatrix}$$

$$(7) \begin{pmatrix} 78 \\ 7 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 78 \\ 1 - 2 \end{pmatrix}$$

$$(8) \begin{pmatrix} 11 \\ 7 - 2س \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 3س \end{pmatrix}$$



## الدرس الثامن : نظرية ذات الحدين

### عزيزي الطالب تذكر أن :-

➔ نظرية ذات الحدين :

$$^n C_0 \cdot b^n + ^n C_1 \cdot b^{n-1} a + ^n C_2 \cdot b^{n-2} a^2 + \dots + ^n C_{n-1} \cdot b a^{n-1} + ^n C_n \cdot a^n = (a+b)^n$$

حيث ن عددا طبيعيا .

➔ لاحظي أن أس  $a$  تتناقص وأس  $b$  تزايدت .

➔ عدد حدود مفكوك  $(a+b)^n$  هو  $n+1$

➔ لايجاد أي حد في مفكوك ذات الحدين باستخدام صورة الحد العام :  $^n C_r \cdot b^{n-r} a^r$

➔ لايجاد الحد الأوسط في مفكوك ذات الحدين :

عندما  $n$  عدد زوجي فانه يوجد حد أوسط واحد رتبته  $1 + \frac{n}{2}$

عندما  $n$  عدد فردي فانه يوجد حدان أوسطان رتبتهم  $\frac{1+n}{2}$  و  $\frac{3+n}{2}$

### السؤال الأول : أضع دائرة حول رمز الاجابة الصحيحة فيما يأتي :-

(١) عدد حدود مفكوك  $(x^2 - 3x)^{13}$  = .....

أ. ١٢      ب. ١٤      ج. ١٥      د. ١١

(٢) المقدار  $x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1$  هو

أ.  $(x-1)^5$       ب.  $(x+1)^5$       ج.  $(x+1)^4$       د.  $(x+1)^3$

(٣)  $x^5 \times x^3 \times x^2 = x^{\dots}$

أ.  $x^5$       ب.  $x^6$       ج.  $x^7$       د. جميع ما سبق

(٤) مفكوك  $(x-4)^5$  له .....

أ. حد أوسط واحد      ب. حدان أوسطان      ج. ثلاثة أوساط      د. ليس له أوسط

(٥) رتبة الحد الأوسط في مفكوك  $(x^2 - 5x)^7$  هو .....

أ. ٤      ب. ٥      ج. ٤ ، ٥      د. ٦

(٦) في مفكوك  $(x+1)^3$  فان  $x^2$  = .....

أ.  $3x^3$       ب.  $3x^2$       ج.  $3x^3$       د.  $3x^2$

- (٧) قيمة الحد السابع في مفكوك  $(١ + ص)^٩$  هو .....  
 أ.  $٨٤ص^٦$  ب.  $١٢٦ص^٥$  ج.  $٣٦ص^٧$  د.  $ص^٧$
- (٨) الحد الأوسط في مفكوك  $(٣س + ص)^٤$  هو .....  
 أ.  $١٠٨س^٣ص$  ب.  $١٢سص^٦$  ج.  $٨١سص$  د.  $٥٤س^٢ص^٢$

### السؤال الثاني : جد مفكوك ما يلي :

(١)  $(٣ + س)^٤$

(٢)  $(\frac{٣}{س} + \frac{س}{٢})^٤$

(٤)  $(س - ٣ص)^٣$

### السؤال الثالث : جدي المطلوب :

ⓧ الحد السابع في مفكوك  $(١ + س)^١٠$

ⓧ الحد الخامس في مفكوك  $(٣س - ٢)^٨$

### السؤال الرابع : جد الحد الأوسط فيما يلي:-

(١)  $(س + ٢ص)^٨$

(٢) (٣ - س) <sup>٢</sup>(٣) (٣ - س) <sup>١١</sup>

**السؤال الخامس :** جد مفكوك (س + ٢) <sup>٤</sup> باستخدام نظرية ذات الحدين ثم جد :-

(١) رتبة الحد الأوسط و أوجد

(٢) معامل الحد الرابع