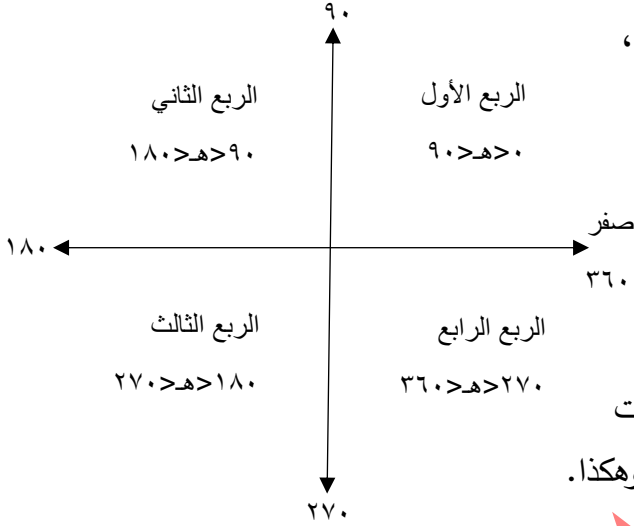




الوحدة الرابعة: الاقتترانات المثلثية

الدرس الأول: الزاوية في الوضع القياسي

- ١) تكون الزاوية موجبة إذا كان اتجاهها عكس عقارب الساعة، وسالبة إذا كانت باتجاه عقارب الساعة
- ٢) تكون الزاوية في الوضع القياسي إذا كان ضلع ابتداءها ينطبق على محور السينات الموجب، ورأسها على نقطة الأصل.



- ٣) تكون الزاوية ربعية إذا وقع ضلع انتهاءها على أحد المحورين، مثل: صفر، ٩٠، ١٨٠، ٢٧٠، ٣٦٠.

- ٤) تكون الزاوية ه في الربع الأول إذا كان: صفر > ه > ٩٠، وتكون في الربع الثاني إذا كان ٩٠ > ه > ١٨٠

وفي الربع الثالث إذا كان ١٨٠ > ه > ٢٧٠، وفي الربع الرابع إذا كان ٢٧٠ > ه > ٣٦٠

ملاحظة: إذا كانت الزاوية سالبة فإنها تتعكس حول محور السينات مثلاً: الزاوية ١٢٠ في الربع الثاني، والزاوية -١٢٠ في الثالث وهكذا.

الدرس الثاني: قياس الزوايا

أولاً: التقدير الستيني: وحدة قياسه هي الدرجة حيث أن: الدرجة = ٦٠ دقيقة ، الدقيقة = ٦٠ ثانية

ثانياً: التقدير الدائري: وحدة قياسه هي الراديان حيث أن $١ \text{ راديان} = ٥٧,٣^\circ$

١) لتحويل الزاوية من التقدير الدائري للستيني

أ) إذا كانت بدلالة راديان (بدون π) نضربها في ٥٧,٣

ب) إذا كان بدلالة π نعوض بدلاً من π بقيمتها ١٨٠

٢) لتحويل الزاوية من التقدير الستيني للدائري نضربها في $\frac{\pi}{١٨٠}$

٣) الزاويتان المتكافئتان هما الزاويتان اللتان لهما نفس ضلع الابتداء والانتهاء

٤) كل زاوية لها عدد لا نهائي من الزوايا المتكافئة

٥) الزاوية س تكافئ الزاوية س + $٣٦٠ \times \text{ن}$ أو س + $\pi \times ٢ \times \text{ن}$ (حيث ن عدد صحيح)

الدرس الثالث: الاقتترانات المثلثية:

١) دائرة الوحدة: هي دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها وحدة واحدة.

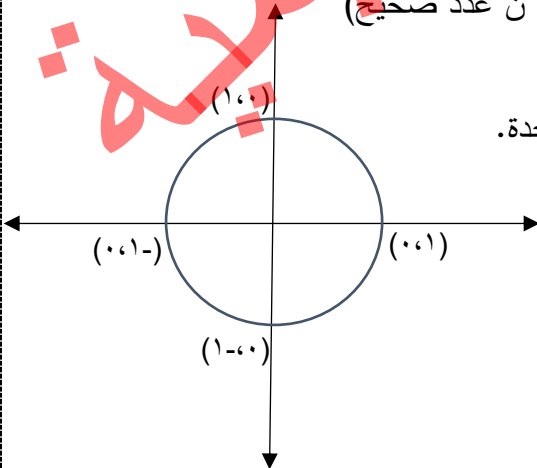
٢) الزاوية الربعية: هي زاوية قياسية يقع ضلع إنتهاءها على أحد المحورين

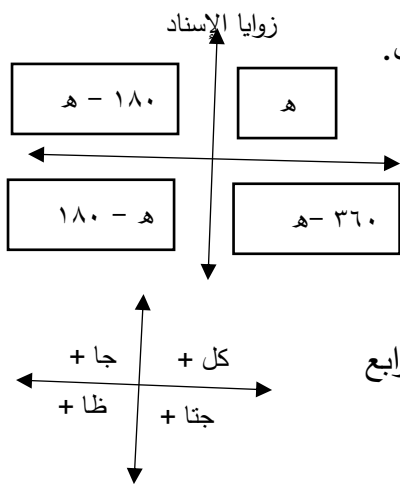
٣) إذا وقعت النقطة (س،ص) على ضلع انتهاء الزاوية ه فإن:

$$\text{جتا ه} = \frac{\text{س}}{\text{ر}} ، \text{جا ه} = \frac{\text{ص}}{\text{ر}} ، \text{ظا ه} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\text{حيث } \text{ر} = \sqrt{\text{س}^2 + \text{ص}^2}$$

$$\text{٤) قا ه} = \frac{١}{\text{جتا ه}} ، \text{قتا ه} = \frac{١}{\text{جا ه}} ، \text{ظتا ه} = \frac{١}{\text{ظا ه}}$$





٥) زاوية الإسناد : هي الزاوية الحادة المحصورة بين ضلع انتهاء الزاوية و محور السينات.

في الربع الثاني: زاوية الإسناد = $180 - هـ$

في الربع الثالث: زاوية الإسناد = $هـ - 180$

في الربع الرابع: زاوية الإسناد = $هـ - 360$

٦) كل نسبة مثلثية تكون موجبة في ربعين وسالبة في ربعين آخرين

جا هـ موجبة في الربعين الأول والثاني ، ظا هـ في الأول والثالث ، جتا هـ في الأول والرابع

٧) ما ينطبق على النسب الأساسية ينطبق على النسب الثانوية

٨) قوانين ضعف الزاوية:

أ) جا (٢هـ) = ٢ جا هـ × جتا هـ

ب) جتا (٢هـ) = جتا هـ × جتا هـ - ١ - جا هـ × جا هـ ، جتا (٢هـ) = جتا هـ × جتا هـ - ١ - جا هـ × جا هـ

النسب الأساسية للزوايا الربعية:

٨) النسب الأساسية للزوايا الخاصة

الزاوية	جتا هـ	جا هـ	ظا هـ
صفر	١	٠	٠
٩٠	٠	١	غير معرف
١٨٠	-١	٠	٠
٢٧٠	٠	-١	غير معرف
٣٦٠	١	٠	٠

الزاوية	جتا هـ	جا هـ	ظا هـ
٣٠	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
٦٠	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$
٤٥	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	١

الدرس الرابع: تمثيل الاقترانات المثلثية بيانياً:

١) إذا كانت ق(س) = أ جا (ب س + هـ) + ج ، أو ق(س) = أ جتا (ب س + هـ) + ج فإن :

الدورة = $\frac{\pi^2}{|ب|}$ ، السعة = |أ| ، القيمة العظمى = ج + |أ| ، القيمة الصغرى = ج - |أ|

المدى = [القيمة الصغرى، القيمة العظمى] ، المجال = ع

٢) مجال الاقتران ق(س) = ظا س هو : ع - $\{\pi + \frac{\pi}{2} : \pi + \frac{\pi}{2} \}$ ، و مداه هو ع

٣) الاقتران ق(س) = جتا س اقتران زوجي ، أما الاقتران ق(س) = جا س ، ق(س) = ظا س فهما فرديان.

الدرس الخامس: المتطابقات والمعادلات المثلثية:

١) المتطابقة المثلثية هي معادلة مثلثية صحيحة لجميع قيم المتغير

٢) المتطابقات الأساسية الثلاثة هي:

أ) جتا هـ + جا هـ = ١

ب) ظا هـ + ١ = قا هـ

ج) ظتا هـ + ١ = قتا هـ

٣) المعادلة المثلثية: هي جملة مفتوحة تحتوي اقتراناً مثلثياً وتكون صائبة لبعض القيم

تمارين على الوحدة الرابعة:

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

(١) الزاوية 820° تقع في الربع :

(أ) الأول (ب) الثاني (ج) الثالث (د) الرابع

(٢) كل الزوايا التالية ربعية ما عدا :

(أ) 7π (ب) 450° (ج) 1080° (د) $\frac{\pi^2}{3}$

(٣) إذا كانت جا هـ = $-\frac{1}{8}$ ، حيث هـ تقع في الربع الثالث فإن جتا هـ =

(أ) $\frac{1}{8}$ (ب) $-\frac{1}{8}$ (ج) $\frac{6}{8}$ (د) $-\frac{6}{8}$

(٤) الزاوية التي تكافئ الزاوية $\frac{11\pi}{9}$ هي الزاوية:

(أ) 220° (ب) 570° (ج) 240° (د) 940°

(٥) زاوية إسناد الزاوية 500° هي الزاوية:

(أ) 140° (ب) 50° (ج) 40° (د) 320°

(٦) جا (40°) جتا (40°) =

(أ) جا 80° (ب) جتا (80°) (ج) جا $2(80^\circ)$ (د) $\frac{1}{2}$ جا (80°)

(٧) $2 - 4$ جا $(\frac{\pi}{12})^2$ =

(أ) $\sqrt{3}$ (ب) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (ج) $\frac{1}{2}$ (د) ١

(٨) طول الدورة للاقتران ق(س) = 3 جا (2π) - ٥ =

(أ) π (ب) π^2 (ج) $\frac{\pi}{2}$ (د) $\frac{\pi^2}{3}$

(٩) سعة الاقتران ق(س) = $4 - 7$ جتا $(\pi + س)$ هي:

(أ) ٤ (ب) $7 -$ (ج) ٧ (د) ٣

(١١) مدى الاقتران ق(س) = 6 جتا $(2\pi - س) + 4$ هو:

(أ) $[10, 4]$ (ب) $[6, 6 -]$ (ج) $[10, 2 -]$ (د) $[10, 2]$

(١٢) إذا كانت قتا س = $2 -$ فإن من قيم س الممكنة:

(أ) 30° (ب) 150° (ج) 210° (د) 240°

(١٣) إحدى الزوايا التالية تجعل ظا س غير معرفة :

(أ) 720° (ب) $\frac{7\pi}{2}$ (ج) 5π (د) 1080°

(١٤) $(جا هـ + جتا هـ)^2$ =

(أ) $1 + جا(هـ^2)$ (ب) $1 - جا(هـ^2)$ (ج) $1 + جتا(هـ^2)$ (د) $1 - جتا(هـ^2)$

(١٥) إذا كانت 2 جتا هـ = $1 -$ صفر فإن مجموعة الحل هي:

(أ) $\{315^\circ, 45^\circ\}$ (ب) $\{135^\circ, 45^\circ\}$ (ج) $\{225^\circ, 135^\circ\}$ (د) $\{315^\circ, 225^\circ, 135^\circ, 45^\circ\}$

(١٦) إذا كانت إذا كانت جا س = $-$ جتا س فإن مجموعة الحل هي

(أ) $\{135^\circ, 45^\circ\}$ (ب) $\{225^\circ, 135^\circ\}$ (ج) $\{315^\circ, 225^\circ\}$ (د) $\{315^\circ, 135^\circ\}$

السؤال الثاني: أكمل الفراغ:

- (١) قيمة الزاوية : $30^\circ / 120^\circ$ بالدرجات فقط =
- (٢) الزاوية $85,45^\circ$ بالدرجات و الدقائق و الثواني تساوي
- (٣) الزاوية $2,74^\circ$ بالدرجات تساوي
- (٤) إذا كانت النقطة $(-2,5)$ تقع على ضلع انتهاء الزاوية h فإن $ja\ h =$
- (٥) إذا كانت جاس $= 0,6$ فإن جتا $(2s) =$
- (٦) جتا $\frac{\pi}{8}$ جا $\frac{\pi}{8} =$
- (٧) إذا كانت النقطة $(-\frac{4}{7}, s)$ تقع على ضلع انتهاء الزاوية h ، حيث h في الربع الثالث ، فإن قيمة $ja\ h =$ ، $ظا\ h =$
- (٨) إذا كانت $cos\ 90^\circ$ وكانت جا $(10 - s) =$ جتا $(s + 50)$ فإن $s =$
- (٩) إذا كانت $ق(s) = 7 - 2جتا(3s)$ فإن القيمة العظمى للاقتران = والقيمة الصغرى =
- (١٠) الزاوية في الربع الثالث التي زاوية إسنادها 50° هي

السؤال الثالث :

أ) أكمل الجدول التالي :

قياس الزاوية بالتقدير الدائري	$\frac{\pi}{3}$	$2,6^\circ$	
قياس الزاوية بالتقدير الستيني		$- 27,0^\circ$	420°

ب) أكمل الجدول التالي :

الزاوية	$\frac{\pi}{3}$	70°	$\frac{\pi}{9}$
الربع الذي تقع فيه الزاوية			الرابع
زاوية الإسناد			40°

ج) أكمل الجدول التالي :

الزاوية	100°	$- 54,0^\circ$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{12}$
الزاوية التي تكافئها في الفترة $[0, 360]$				

السؤال الرابع: جد قيمة كل من :

- (١) جتا 240°
- (٢) جا $\frac{\pi}{3}$
- (٣) ظا 87°
- (٤) قتا $\frac{\pi}{4}$
- (٥) قا 30°

السؤال الخامس: مثل بياناً الاقتارات التالية مع تحديد كل من الدورة والسعة والقيمتين العظمى والصغرى لكل اقتران:

(٢) ق(س) = جا(س - π) + ٢

(١) ق(س) = جتا(س) - ٣

الدورة = القيمة العظمى = الدورة = القيمة العظمى =
السعة = القيمة الصغرى = السعة = القيمة الصغرى =

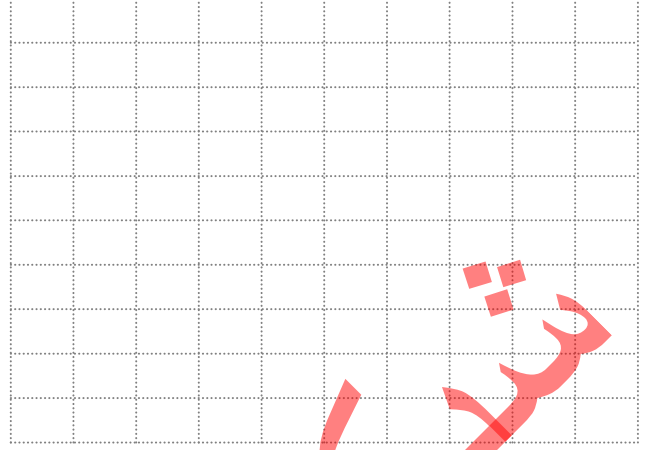
(٤) ق(س) = ٢ - جتا(س)

(٣) ق(س) = ٢ - جا(س)

الدورة = القيمة العظمى = الدورة = القيمة العظمى =
السعة = القيمة الصغرى = السعة = القيمة الصغرى =

$$(٥) ق(س) = ٤جتا\left(\frac{س}{٣}\right)$$

$$(٦) ق(س) = ٣جا(٤س) + ١$$



الدورة = القيمة العظمى =
السعة = القيمة الصغرى =
الدورة = القيمة العظمى =
السعة = القيمة الصغرى =

السؤال الخامس: جد مجموعة حل المعادلات التالية في الفترة $[٠, ٢\pi]$

$$(٢) قتا^٢س + ٣قتاس + ٢ = ٠$$

$$(١) جتاس - جاس - جتاس = ٠$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....

$$(٤) جاس + ٢جاس - جتاس = ٠$$

$$(٣) ظأس - ٢ = ١$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....

$$(٦) ٢جتا^٢س - ٣جتاس + ١ = ٠$$

$$(٥) قأس - قاس - ٢ = ٠$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....

السؤال السابع : أثبت صحة كل من المتطابقات التالية:

(١) جاس - جتا^٢س = ١ - ٢جتا^٢س

(٢) ظا^٢س + ظا^٢س = قاس - قاس^٢س

(٣) جتا^٢س × ظتا^٢س = قتا^٢س - جاس

(٤) ظاس + ظتا^٢س = قاس × قتا^٢س

(٥) $\frac{١ + \text{ظتا}^٢\text{هـ}}{١ + \text{ظا}^٢\text{هـ}} = \frac{١ - \text{جتا}^٢(٢\text{هـ})}{١ + \text{جتا}^٢(٢\text{هـ})}$

(٦) $\frac{١ - \text{جتا}^٢(٢\text{هـ})}{١ + \text{جتا}^٢(٢\text{هـ})} = \text{ظا}^٢\text{هـ}$

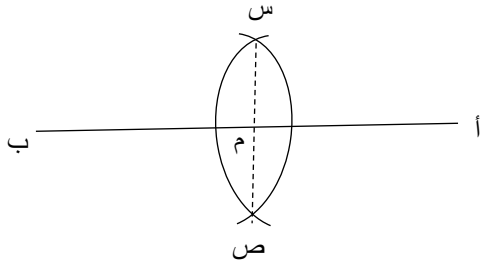
السؤال الثامن: أ) إذا كانت قاس = ٢- ، جد جميع النسب المثلثية للزاوية س ، حيث س تقع في الربع الثالث

ب) إذا كانت ظاس = $\frac{٤-}{٧}$ ، حيث س تقع في الربع الرابع ، جد كلاً جاس ، جتا^٢س

ج) احسب النسب الأساسية للزاوية هـ الواقعة في الربع الثاني، إذا كانت النقطة (س، $\frac{٣}{٥}$) هي نقطة تقاطع دائرة الوحدة مع ضلع انتهاء الزاوية هـ التي تقع في الربع الثاني

الدرس الأول و الثاني: إنشاءات هندسية (١) و (٢)

(١) خطوات تنصيف قطعة مستقيمة أب



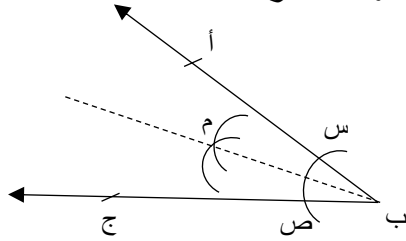
(أ) نفتح الفرجار فتحة أكبر من نصف أب

(ب) نرسم قوسين متساويين مركزيهما أ ، ب و يتقاطعان في س ، ص

(ج) نصل س ص يقطع أب في م ، فتكون م منتصف أب

* ملاحظة: الشكل أ س ب ص عبارة عن معين، قطراه متعامدان و ينصف كل منهما الآخر

(٢) خطوات تنصيف زاوية أ ب ج



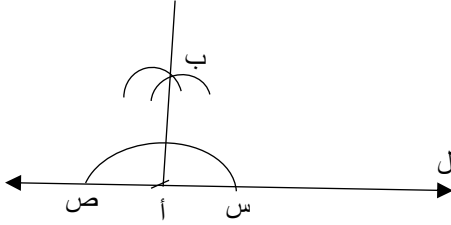
(أ) نرسم قوساً مركزه رأس الزاوية (ب) و يقطع ضلعيها في س ، ص

(ب) نرسم قوسين متساويين مركزيهما س ، ص و يتقاطعان في م

(ج) نصل ب م ينصف الزاوية أ ب ج

* ملاحظة: الشكل ب س م ص عبارة عن طائرة أظفال ، قطرها الأكبر ينصف زاويتي الرأس المار بهما .

(٣) خطوات إقامة عمود على مستقيم من نقطة عليه



(أ) نرسم نصف دائرة مركزها أ التي تقع على المستقيم ل ، تقطعه في س ، ص

(ب) نرسم قوسين متساويين مركزيهما س ص و يتقاطعان في ب

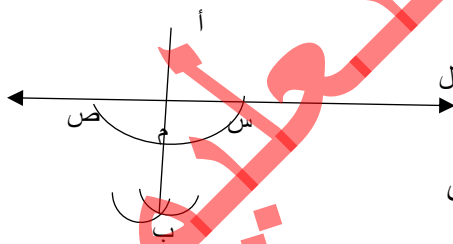
(ج) نصل أب \perp المستقيم ل

* ملاحظات: (أ) الشكل ب س ص عبارة عن مثلث متساوي الساقين ، أب محور تماثله

(ب) القطعة أب واصله من رأس المثلث متساوي الساقين ب س ص و تنصف القاعدة س ص ، فتكون عمودية عليها

(ج) القطعة أ ب تسمى متوسط .

(٤) خطوات إقامة عمود على مستقيم من نقطة خارجه .



(أ) نرسم قوساً مركزه أ ويقطع المستقيم ل في س ص

(ب) نرسم قوسين متساويين مركزيهما س ص و يتقاطعان في ب

(ج) نصل أب \perp المستقيم ل

* ملاحظة: (أ) الشكل أ س ب ص عبارة عن طائرة أظفال قطرها متعامدان

(ب) المثلثان أ س ص ، س ب ص مثلثان متساوي الساقين .

(٥) خطوات رسم مستقيم يوازي آخر

(أ) نرسم خطاً يمر بالنقطة أ و يقطع المستقيم ل في ب

(ب) نرسم قوساً مركزه ب و يقطع أب في س ، المستقيم ل في ص

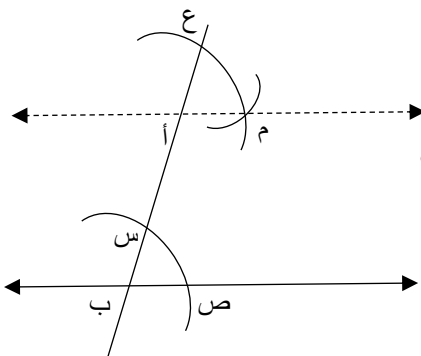
(ج) بنفس الفتحة نرسم قوساً مركزه أ ويقطع أب في ع

(د) نفتح الفرجار فتحة بطول س ص و نرسم قوساً مركزه ع و يقطع القوس الثاني في م

(هـ) نصل أ م \parallel المستقيم ل

* ملاحظات: (أ) المثلثان ع م أ ، س ص ب متطابقان (ومتساوي الساقين)

(ب) الزاويتين ع أ م ، س ب ص متساويتان بالتناظر .



ب) نفتح الفرجار فتحة بطول $\frac{س+١}{٢}$ سم ونرسم قوساً مركزه ب

*ملاحظات: أ) لرسم - ب) رسم الوتر ب ج على يسار العمود أب

٧) خطوات إيجاد حاصل ضرب طولي قطعتين مستقيمتين

(ب) على أب نأخذ النقطة س على مسافة ١ سم من النقطة ب و نصل س ج

(د) طول القطعة ب د = طول أب × طول ب ج

* ملاحظة: المثلثان س ب ج ، أ ب د متشابهان و من التشابه ينتج أن: $\frac{أ ب}{ب س} = \frac{ب د}{ب ج}$

الدرس الثالث: المثلث متساوي الساقين

(١) خطوات رسم المثلث متساوي الساقين على القطعة أب

أ) نفتح الفرجار فتحة مناسبة أكبر من نصف أب

(ب) نرسم قوسين متساويين مركزيهما أ ، ب و يتقاطعان في ج

(ج) نصل أ ج = ب ج . و أ ب هي قاعدة المثلث متساوي الساقين

*ملاحظة: أ) يمكن رسم عدد لا نهائي من المثلثات متساوية الساقين على القطعة أ ب

ب) المثلث متساوي الساقين له محور تماثل وحيد و هو القطعة الواصلة من رأس المثلث و تنصف القاعدة.

(٢) خطوات رسم مثلث متساوي الأضلاع على القطعة أ ب

(أ) نفتح الفرجار فتحة بطول أ ب ونرسم قوسين متساويين مركزيهما أ ، ب ويتقاطعان في ج

(ب) نصل $أج = ب = ج = أ$ ب

*ملاحظات : أ) يمكن رسم مثلثين فقط متساويا الأضلاع على القطعة أب

(ب) عدد محاور تماثل المثلث متساوي الأضلاع ثلاثة ، وهي القطع الواصلة من رؤوس المثلث وتتنصف الضلع المقابل.

(ج) المثلث متساوي الأضلاع متساوي الساقين (العكس غير صحيح)

(د) القطعة الواصلة بين منتصفى ضلعين فى مثلث توازي الضلع الثالث و تساوي نصفه.

هـ) المتوسطات في أي مثلث تتقاطع في نقطة واحدة وتقسّم بعضها بنسبة ١:٢ من جهة الرأس.

(و) منصفات الزوايا في أي مثلث تتقاطع في نقطة واحدة .

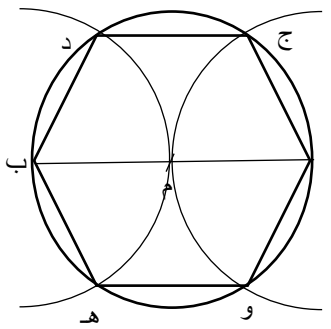
(٣) المثلث الذهبي هو مثلث متساوي الساقين نسبة طول الساق إلى القاعدة هي النسبة الذهبية $\Phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \approx 1,618$

(٤) قياس زاوية الرأس في المثلث الذهبي = 36° وقياس زاويتي القاعدة = 72°

٥) المتوسط في المثلث متساوي الأضلاع يقسمه إلى مثلثين ثلاثيني ستيني.

الدرس الرابع : المضلعات

- (١) المضلع المنتظم هو مضلع جميع أضلاعه متساوية و جميع زواياه متساوية.
- (٢) السداسي المنتظم هو المضلع ذو أكبر عدد من الأضلاع الذي يمكن ان يغطي مساحة بالكامل .
- (٣) السداسي المنتظم هو المضلع الذي يعطي اكبر مساحة بأقصر محيط.
- (٤) عدد المثلثات داخل أي مضلع = عدد الأضلاع - ٢
- (٥) مجموع زوايا المضلع = (عدد الأضلاع - ٢) $\times ١٨٠^\circ$
- (٦) قياس الزاوية الداخلية للمضلع المنتظم = $\frac{(عدد الأضلاع - ٢) \times ١٨٠^\circ}{عدد الأضلاع}$

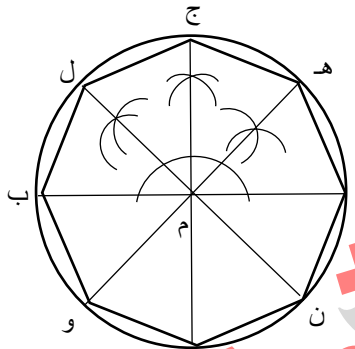


(٧) خطوات رسم شكل سداسي منتظم:

- (أ) نرسم دائرة مركزها م ونصل القطر أ ب
- (ب) بنفس فتحة الفرجار نرسم قوسين مركزيهما أ، ب و
- يقطعان الدائرة في النقاط ج ، د ، هـ ، و
- (ج) نصل النقاط ليتكون شكل سداسي منتظم
- *ملاحظات: (١) أقطار الشكل السداسي المنتظم تقسمه إلى مثلثات متساوية الأضلاع.

- (٢) مجموع زوايا الشكل السداسي = ٧٢٠° ، و قياس الزاوية الداخلية للسداسي المنتظم = ١٢٠°

(٨) خطوات رسم شكل ثماني منتظم:



- (أ) نرسم دائرة مركزها م ونصل القطر أ ب

- (ب) نرسم القطر ج د \perp أ ب

- (ج) ننصف الزاويتين أ م ج ، ب م ج

- (د) نرسم القطرين هـ و ، ل ن

- (هـ) نصل النقاط ببعضها ليتكون شكل ثماني منتظم

- ملاحظة: (١) لرسم مربع يكفي توصيل رؤوس القطران المتعامدان أ ب ، ج د

- (٢) مجموع زوايا الثماني المنتظم = ١٠٨٠° ، و قياس زاويته الداخلية = ١٣٥°

(٩) خطوات رسم شكل خماسي منتظم

- (أ) نرسم المثلث أ ب ج متساوي الساقين وقائم الزاوية في ب

- (ب) نرسم قوساً مركزه ب و نصف قطره أ ب

- (ج) ننصف أ ب ونقيم عموداً يقطع ب ج في د١ و القوس في د٢

- (د) ننصف القطعة د١د٢ في د٣ ونرسم دائرة مركزها د٣ و نصف قطرها أ د٣

- (هـ) نفتح الفرجار بطول أ ب ونقسم الدائرة إلى ٥ أقسام بدءاً من النقطة أ

- *ملاحظات : (أ) لرسم نجمة خماسية نصل أقطار الشكل الخماسي المنتظم.

- (ب) المثلثات في النجمة الخماسية هي مثلثات ذهبية.

- (ج) بطريقة رسم الشكل الخماسي يمكن رسم أي مضلع له ن من الأضلاع، بحيث تكون النقطة دن هي مركز الدائرة.

- (د) مجموع زوايا الشكل الخماسي = ٥٤٠° ، و قياس الزاوية الداخلية للخماسي المنتظم = ١٠٨°

الدرس الخامس : تكافؤ الأشكال الهندسية:

- (١) الشكلان المتكافئان هما شكلان متساويان في المساحة.
- (٢) الشكلان المتطابقان متكافئان، والعكس غير صحيح.
- (٣) متوازي الأضلاع المحصوران بين مستقيمين متوازيين ومشتركان في القاعدة متكافئان.
- (٤) متوازي الأضلاع والمستطيل المحصوران بين مستقيمين متوازيين ومشتركان في القاعدة متكافئان.
- (٥) المثلثان المحصوران بين مستقيمين متوازيين ومشتركان في القاعدة متكافئان.
- (٦) مساحة المثلث تساوي نصف مساحة متوازي الأضلاع المشترك معه في القاعدة والمحصوران بين مستقيمين متوازيين.
- (٧) القطعة المتوسطة في المثلث تقسمه إلى مثلثين متكافئين.
- (٨) القطر في متوازي الأضلاع يقسمه إلى مثلثين متطابقين.
- (٩) مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع.
- (١٠) مساحة المستطيل = الطول × العرض.
- (١١) مساحة المربع = طول الضلع × نفسه.
- (١٢) مساحة المثلث = طول القاعدة × الارتفاع.

تمارين على الوحدة الخامسة:

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

- (١) لتتصيف قطعة مستقيمة يجب فتح الفرجار فتحة
 - (أ) أصغر من نصف أب (ب) أكبر من نصف أب (ج) تساوي نصف أب (د) ما بين ثلث و نصف أب
- (٢) منصفات الزوايا هي نفسها منصفات الأضلاع في المثلث
 - (أ) متساوي الأضلاع (ب) متساوي الساقين (ج) قائم الزاوية (د) المثلث الذهبي
- (٣) القطعة الواصلة بين منتصف ضلعين في مثلث
 - (أ) تساوي الضلع الثالث (ب) تنصف الضلع الثالث (ج) توازي الضلع الثالث (د) عمودية على الضلع الثالث
- (٤) مجموع قياسات زوايا الشكل التساعي =
 - (أ) ٧٢٠° (ب) ١٠٨٠° (ج) ١٢٦٠° (د) ١٤٠°
- (٥) قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم له ١٥ ضلع =
 - (أ) ١٨٠° (ب) ١٥٦° (ج) ٢٣٤٠° (د) ١٥٠°
- (٦) قطراه متعامدان و لكنهما غير متساويين
 - (أ) المعين (ب) المربع (ج) المستطيل (د) متوازي الأضلاع
- (٧) إذا كانت مساحة مثلث ١٤ سم^٢ ، فإن مساحة متوازي الأضلاع المشترك معه في القاعدة والمحصوران بين متوازيين
 - (أ) ١٤ سم^٢ (ب) ٢٨ سم^٢ (ج) ٧ سم^٢ (د) ١٩٦ سم^٢
- (٨) قياس زاوي الرأس في المثلث الذهبي =
 - (أ) ٧٢° (ب) ٤٥° (ج) ٣٠° (د) ٣٦°
- (٩) المضلع الذي يعطي أكبر مساحة بأقصر محيط هو :
 - (أ) المربع (ب) الدائرة (ج) الخماسي المنتظم (د) السداسي المنتظم

السؤال الثاني : ضع علامة (✓) أو (×)

- (١) () يمكن رسم عدد لا نهائي من المثلثات متساوية الأضلاع تكون القطعة أب أحد أضلاعها .
- (٢) () الشكلان المتساويان في المساحة يكونان متطابقان.
- (٣) () المثلث الذهبي هو مثلث طول قاعدته = النسبة الذهبية Φ .
- (٤) () المثلث هو أصغر مضلع يمكن رسمه من حيث عدد الأضلاع.
- (٥) () عدد المثلثات داخل مضلع له ٢٠ ضلعاً هو ١٨ مثلث .
- (٦) () طول القطعة الواصلة من رأس المثلث قائم الزاوية لمنتصف الوتر تساوي نصف الوتر .
- (٧) () عند تنصيف قطعة مستقيمة ، الشكل الناتج من توصيل رؤوس الأقطار هو طائرة أطفال.
- (٨) () لرسم مثلث متساوي الأضلاع قاعدته أب يجب فتح الفرجار فتحة بطول أب
- (٩) () المتوسطات في المثلث تقسم بعضها البعض بنسبة ٢:٣ من جهة الرأس .
- (١٠) () القطع الذي تنصف الزوايا في أي مثلث هي نفسها التي تنصف الأضلاع.
- (١١) () المثلثان المتشابهان يكونان متكافئان.

السؤال الثالث: أكمل الفراغ:

- (١) إذا كان أ ب ج د متوازي أضلاع مساحته ٣٠ سم^٢ ، ه تقع على ج د فإن مساحة المثلث أ ب ه = سم^٢
- (٢) المثلث له ٣ محاور تماثل ، أما المثلث فله محور تماثل وحيد.
- (٣) القطعة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث الضلع الثالث، وطولها يساوي طوله.
- (٤) مضلع منتظم قياس زاويته الداخلية ١٥٠ ° ، فإن عدد أضلاعه
- (٥) الشكل الذي ينصف قطره الأكبر قطره الأصغر فقط هو عبارة عن
- (٦) قياس الزاوية بين أي قطرين في الشكل الثماني المنتظم =
- (٧) قياس زاوية الرأس في النجمة الخماسية المنتظمة =
- (٨) إذا كان أ د متوسط في المثلث أ ب ج طوله ١٥ سم ، وكانت م نقط تقاطع المتوسطات، فإن أ م = سم.
- (٩) القطعة الواصلة من رأس المثلث و منتصف الضلع المقابل تسمى
- (١٠) القطعة المتوسطة في المثلث تقسمه إلى مثلثين
- (١١) القطر يقسم متوازي الأضلاع إلى مثلثين

السؤال الثالث : مثل كل من النقاط التالية على خط الأعداد

$$(٢) \sqrt{11} - ٢$$

$$(١) \sqrt{٧}$$

$$(٤) \sqrt{٦٧} - ٤$$

$$(٣) \sqrt{٥٧} - ٢$$

السؤال الخامس: ارسم باستخدام الحافة المستقيمة والفرجار فقط

(أ) مثلثاً متساوي الأضلاع طول ضلعه يساوي النسبة الذهبية Φ

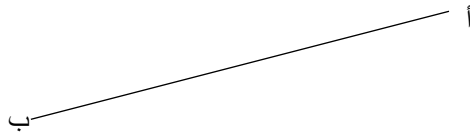
(ب) مثلث متساوي الساقين قياس زاوية رأسه 135°

(ج) مثلث متساوي الساقين وقائم الزاوية

(د) محاور تماثل المثلث متساوي الأضلاع.

(د) شكل سداسي منتظم طول ضلعه $= \sqrt{3} + 2$ سم

(هـ) مستطيل على القطعة أ ب



السؤال السادس: أبين باستخدام الحافة المستقيمة و الفرجار ما يلي:

أ) منصفات رؤوس المثلث تتقاطع في نقطة واحدة.

ب) العمود المقام من منتصف قاعدة المثلث متساوي الساقين يمر بالرأس وينصف زاويته.

ج) القطعة المتوسطة في المثلث متساوي الأضلاع تقسمه إلى مثلثين ثلاثيني ستيني .

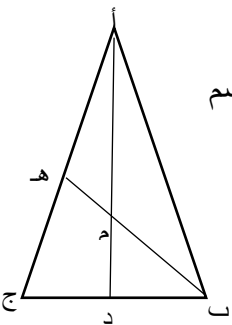
د) قطرا المعين متعامدان وينصف كل منهما الآخر .

السؤال السابع: أ) في الشكل المقابل : أ ب ج مثلث متساوي الساقين فيه أ ب = أ ج

، أ د ، ب هـ قطع متوسطة في المثلث تقاطعتا في م ، فإذا كان طول أ م = ٨ سم ، ب ج = ٥ سم

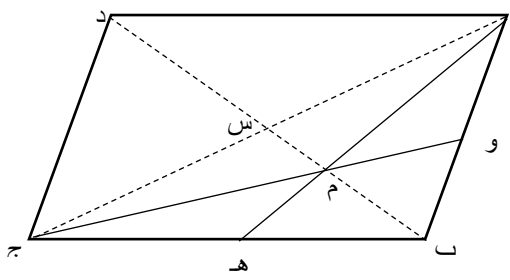
(٢) جد مساحة المثلث ب ج هـ

(١) جد مساحة المثلث أ ب ج



.....
.....
.....

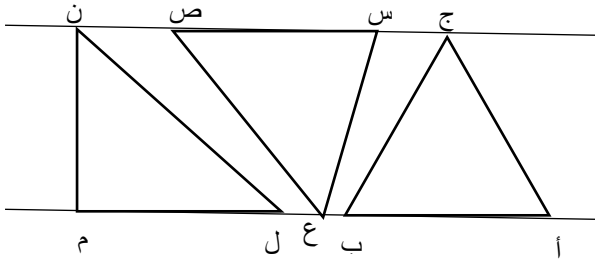
.....
.....
.....



(ب) أ ب ج د متوازي أضلاع ، س نقطة تقاطع قطريه ، ب د = ٣٦ سم
، ه منتصف ب ج ، و منتصف أ ب ج د طول ب م

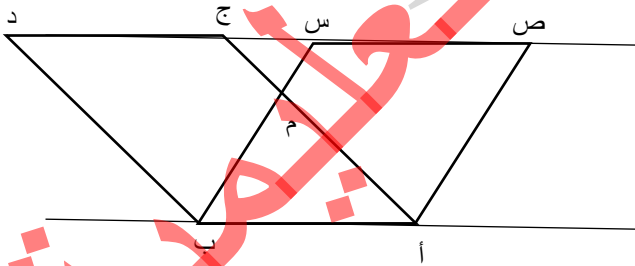
(ج) أ ب ج مثلث ، مساحته ٣٢ سم^٢ ، أ د قطعة متوسطة في المثلث ،
إذا أنزل عمود من النقطة د على الضلع أ ج طوله ٦ سم ، اجد طول أ ج

(د) في الشكل المقابل ، المثلثات أ ب ج ، س ص ع ، ل م ن محصورة بين مستقيمين متوازيين ، أ ب = س ص = ل م
بين أن المثلثات الثلاثة متكافئة.



(ه) برهن أن القطر في متوازي الأضلاع يقسمه إلى مثلثين متطابقين

(و) في الشكل المقابل : أ ب ج د ، أ ب س ص متوازي أضلاع محصوران بين مستقيمين متوازيين و مشتركان في القاعدة
أ ب ، بين أن الشكلان أ م س ص ، ب م ج د متكافئان



(ز) أ ب ج د متوازي أضلاع ، س ، ص منتصفا ج د ، أ د على الترتيب ،
أثبت أن المثلثين أ س ب ، ب ج ص متكافئين .

الدرس الأول: الأسهم

- (١) السهم : هو صك يفيد بأن حامله أحد ملاك الشركة وله الحق في نسبة من أرباحها.
- (٢) القيمة الإسمية للسهم: هي قيمة السهم عند الشراء .
- (٣) القيمة المالية للسهم: هي القيمة الحالية للسهم في سوق المال ، وتسمى أيضاً القيمة الفعلية للسهم.
- (٤) مقدار ربح الأسهم = عدد الأسهم × القيمة الإسمية للسهم × نسبة الربح
- (٥) قيمة الأسهم الحالية = عدد الأسهم × القيمة المالية للسهم الواحد
- (٦) النسبة المئوية الفعلية للأرباح = $\frac{\text{مقدار الربح}}{100\%} \times \text{القيمة المالية للأسهم}$

الدرس الثاني: السندات

- (١) السند : هو ورقة مالية تفيد بأن حاملها دائناً للجهة المصدرة للسند .
- (٢) صاحب السند ليس من ملاك الشركة.
- (٣) المستثمر في السند يحصل على فائدة سنوية بغض النظر عن ربح أو خسارة الشركة.
- (٤) القيمة الإسمية للسند: هي مقدار المبلغ الذي يدفعه المستثمر عند شراء السند.
- (٥) القيمة التجارية للسند: هي قيمة السند الحالية في سوق المال.
- (٦) السند له فترة استحقاق يحصل بعدها صاحب السند على العائد .
- (٧) قيمة السندات = عدد السندات × القيمة الإسمية للسند.
- (٨) مقدار الربح السنوي للسندات = عدد السندات × القيمة الإسمية للسند × نسبة الفائدة.
- (٩) مقدار الربح الكلي للسندات = مقدار الربح السنوي × عدد السنوات (فترة الاستحقاق).
- (١٠) العائد = قيمة السندات + مقدار الربح الكلي للسندات .

الدرس الثالث: التأمين

- (١) عقد التأمين: هو عقد بين شخص او عدة أشخاص و بين شركة التأمين ، يدفع بموجبه الشخص المؤمن مبلغاً من المال لشركة التأمين ، على أن تقوم شركة التأمين بتعويضه عن أي ضرر يحدث للشيء المؤمن عليه حسب الاتفاق.
- (٢) القسط السنوي = القسط الشهري × ١٢
- (٣) مقدار ربح شركة التأمين = مقدار ما دفعه الشخص - مقدار ما دفعته شركة التأمين.
- (٤) مقدار خسارة شركة التأمين = مقدار ما دفعته شركة التأمين - مقدار ما دفعه الشخص.
- (٥) مقدار التأمين على الحياة = قيمة القسط الشهري × ١٢ × عدد السنوات التي دفعها الشخص .
- (٦) قيمة التالف من البضاعة = نسبة التالف × قيمة البضاعة الإجمالي.
- (٧) قيمة الضرر الحادث للشيء المؤمن عليه = نسبة الضرر × القيمة الإجمالية للشيء المؤمن عليه.

تمارين على الوحدة السادسة:

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

(١) اشترى شخص ١٥٠٠ سهم، بقيمة إسمية للسهم ٣ دنانير ، فإذا وزعت الشركة ربحاً مقداره ١٢% ، فإن مقدار ما سيحصل عليه ذلك الشخص يساوي

(أ) ٥٤ ديناراً (ب) ٥٤٠٠٠ ديناراً (ج) ٥٤٠ ديناراً (د) ١٨٠ ديناراً

(٢) أمن رجل على سيارته بدفع قسط شهري ٥٠ دينار كل شهر ، قيمة ما يدفعه في ٧ سنوات هو:

(أ) ٣٥٠ دينار (ب) ٤٢٠٠ دينار (ج) ٣٥٠٠ دينار (د) ٨٤٠٠ دينار

(٣) إذا حصل شخص على ٧٢٠ دينار كربح سنوي من استثماره ل ٢٠٠ سند ، بقيمة إسمية للسند ٤٠ دينار ، فإن نسبة الفائدة التي أعطتها الشركة هي :

(أ) ١٢% (ب) ١٤% (ج) ٩% (د) ١٨%

(٤) أمنت شركة على بضاعة قيمتها نصف مليون دينار بدفع ٤% من قيمتها لشركة التأمين ، قيمة ما دفعته هي:

(أ) ٢٠٠٠٠ دينار (ب) ٢٠٠٠ دينار (ج) ٤٠٠٠٠ دينار (د) ٥٠٠٠٠٠ دينار

(٥) قيمة السهم التي توزع بموجبها الشركة الأرباح هي:

(أ) القيمة التجارية للسهم (ب) القيمة الفعلية للسهم (ج) القيمة المالية للسهم (د) القيمة الإسمية للسهم

(٦) استثمار يحصل بموجبه المستثمر على فائدة سنوية بغض النظر عن ربح أو خسارة الشركة

(أ) السهم (ب) السند (ج) التأمين (د) الأوراق المالية

(٧) أمن رجل على حياته بدفع قسط شهري ٢٠٠ دينار، مقدار ما سيدفعه في ٦ سنوات هو:

(أ) ١٤٠٠٠ دينار (ب) ١٢٠٠٠ دينار (ج) ١٤٤٠٠ دينار (د) ١٢٠٠ دينار

السؤال الثاني: ضع علامة (✓) أو (x)

(١) () يعتبر صاحب السند أحد ملاك الشركة .

(٢) () تخسر شركة التأمين إذا كان مقدار ما تدفعه أكثر مما يدفعه الشخص المؤمن.

(٣) () توزع الشركات أرباحها حسب القيمة المالية للسهم.

(٤) () الأسهم من الممكن أن تتعرض للربح أو الخسارة.

(٥) () يحصل صاحب السهم على عائداته بعد نهاية فترة استحقاق السهم.

(٦) () النسبة المئوية الفعلية للربح = مقدار الربح × قيمة الأسهم المالية × ١٠٠ %

السؤال الثالث : أكمل الفراغ:

- (١) مقدار ربح ٣٠٠٠ سهم ، بقيمة إسمية للسهم ٢,٥ دينار ، ونسبة ربح ٧% هي
- (٢) مقدار الربح الكلي الذي يحصل عليه شخص بعد استثمار ٥٠٠ سند ، بقيمة إسمية ٤٠٠ دينار ، ونسبة فائدة ٨% ، و فترة استحقاق ٤ سنوات هو
- (٣) إذا أمن رجل على حياته بدفع ٣% من قيمة مبلغ التأمين كقسط شهري، و كان قيمة القسط الشهري ٩٠ ديناراً فإن مبلغ التأمين =
- (٤) أودع رجل مبلغ ٢٥٠٠ ديناراً في البنك بنسبة فائدة ٣,٥% ، مقدار الربح الذي يحصل عليه في عامين هو
- (٥) قيمة السهم في سوق المال لحظة التداول تسمى

السؤال الرابع: أجب عن الأسئلة التالية:

- (١) قامت إحدى الشركات بطرح أسهم للاكتتاب، القيمة الإسمية للسهم ديناران ، و بعلاوة إصدار مقدارها ٣ دنانير ، اكتتب أحمد ٧٠٠ سهم ، فإذا وزعت الشركة ربحاً مقداره ١٥% احسب :

(أ) قيمة جميع الأسهم التي اكتتبها

(ب) مقدار الربح الذي سيحصل عليه أحمد

(ج) النسبة المئوية الفعلية لأرباح أحمد

- (٢) أمنت شركة للأغذية على بضاعة مكونة من الأرز و السكر بقيمة ١٢٠٠٠ دينار للأرز ، و ٥٠٠٠ دينار للسكر بدفع ٥% من قيمة البضاعة لشركة التأمين ، فإذا تلف ربع الأرز و نصف السكر ، وضح هل ربحت شركة التأمين أم خسرت مبيناً مقدار ما ربحته أو خسرت

٣) اشترى شخص ٢٠٠ سند من إحدى الشركات ، القيمة الاسمية للسند ٤ دنانير ، و القيمة التجارية للسند ٧ دنانير
و فترة الاستحقاق هي ٦ سنوات بنسبة فائدة ١٢% احسب :

أ) مقدار الربح الذي سيحصل عليه الرجل بعد ٦ سنوات

ب) مقدار ربح الرجل في حال باع السندات دون أن ينتظر ربح الشركة

٤) أمن تاجر على بضاعة قيمتها مليون دينار ، بحيث دفع لشركة التأمين ٤% من قيمة البضاعة على أن تتكفل شركة التأمين بتعويضه بنسبة ٨٠% من أي تلف يحدث للبضاعة .

أ) احسب قيمة ما دفعه التاجر لشركة التأمين

ب) إذا تلفت ١٢% من البضاعة ، احسب مقدار ربح أو خسارة شركة التأمين.

٥) اشترى رجل ٢٠٠٠ سند من إحدى الشركات ، بقيمة إسمية للسند ٣ دنانير ، و فترة استحقاق مدتها ٤ سنوات، فإذا حصل في نهاية فترة الاستحقاق على عائد مقداره ٧٩٢٠ ديناراً، احسب نسبة الفائدة التي حددتها الشركة.

٦) اشترى رجل ٣٠٠٠ سهم ، فإذا وزعت الشركة أرباحاً بنسبة ٨% فكان مقدار ربح الرجل ٤٨٠ ديناراً

أ) احسب قيمة السهم الاسمية:

ب) إذا كان القيمة المالية للسهم حالياً هي ٣ دنانير ، احسب النسبة المئوية الفعلية للربح:

٧) أمن رجل على سيارة ثمنها ٤٥٠٠٠ دينار ، بدفع قسط شهري مقداره ٤٠٠,٤% من قيمة السيارة ، على أن تعوضه شركة التأمين عن أي ضرر يحدث للسيارة، فإذا حدث للسيارة حادث بعد ١٠ سنوات أدى لتدميرها بشكل كامل، احسب مقدار ربح أو خسارة شركة التأمين.

٨) إذا كان مقدار الربح الكلي لعشرة سندات بقيمة إسمية للسند ٥٠٠ دينار ، و فترة استحقاق مدتها ٥ سنوات هو ١٨٧٥ ديناراً ، احسب نسبة الفائدة



مع تمنياتنا للجميع بالتفوق و النجاح
أ. سامي عبد العزيز أبو الخير
مدرسة الدوحة الثانوية (ب) للبنين

